

Kenmerk:
Datum: 5 april 2007

Tentamen Kansrekening (153037)
woensdag 13 april 2007 van 9.00 - 12.00 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven
Vermeld ook uw studentnummer op werk en tentamenbriefje

1. Zij S de verzameling mogelijke uitkomsten van een experiment en P een functie die aan iedere deelverzameling E van S een reëel getal $P(E)$ toekent. Onder welke voorwaarden noemen we P een kans?
2. Volgens een wielerkenner gebruikt 10% van alle wielersprofs verboden stimulerende middelen. Uit proeven is gebleken dat 85% van hen die verboden middelen gebruiken positief reageren op een bepaalde test. De test is echter ook positief bij 5% van de niet-gebruikers. Bereken de kans dat een wielersproff die positief op de test heeft gereageerd daadwerkelijk verboden middelen heeft gebruikt.
3. Met X_i geven we het aantal drukfouten aan op pagina i van een willekeurig boek. De simultane kansfunctie van het aantal drukfouten op pagina 1 en pagina 2 wordt gegeven door

$$P\{X_1 = i, X_2 = j\} = \frac{e^{-2}}{i!j!}, \quad i, j = 0, 1, 2, \dots$$

- a. Bepaal de kansfunctie van X_1 .
 - b. Ga na of X_1 en X_2 onderling onafhankelijk zijn.
 - c. Bepaal de kansverdeling van $X_1 + X_2$.
4. De stochastische variabele X is uniform verdeeld op het interval $(0, \pi)$.
 - a. Bepaal de moment-genererende functie van X .
 - b. Bepaal de verwachtingswaarde van $\sin(X)$.
 - c. Bepaal de kansdichtheid van $Y = X^2$.
 5. De stochastische variabelen X_1, X_2, \dots , zijn onderling onafhankelijk en gelijk verdeeld met kansdichtheid

$$f(x) = \begin{cases} x & 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x & 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

Zij $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$, $n = 1, 2, \dots$

- a. Laat zien dat $\text{var}(X) = \frac{1}{6}$.
 - b. Bepaal de verwachtingswaarde en de variantie van S_n .
 - c. Bepaal de covariantie van S_n en S_{n+1} .
 - d. Geef een uitdrukking voor $\lim_{n \rightarrow \infty} P\left(\frac{S_n - n}{\sqrt{n}} \leq 1\right)$, in termen van de standaardnormale verdelingsfunctie $\Phi(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a e^{-u^2/2} du$.
6. De stochastische variabelen X en Y zijn onderling onafhankelijk en beide exponentieel verdeeld met parameter $\frac{1}{5}$. We definiëren $Z = \min\{X, Y\}$.
- a. Laat zien dat Z exponentieel is verdeeld en geef de verwachting van Z .
 - b. Bepaal $P(X + Y > 1)$.
 - c. Bepaal $E[X|X > 10]$ en $E[X|X > Y]$.

Normering:

1	2	3			4			5				6		
		a	b	c	a	b	c	a	b	c	d	a	b	c
3	4	2	2	2	2	2	3	2	2	2	2	2	3	3

Eindcijfer: $\frac{\text{Totaal}}{36} \times 9 + 1$ (afgerond)