

Kenmerk:
Datum: 12 juni 2007

Tentamen Kansrekening (153037)
woensdag 21 juni 2007 van 13.30 - 15.30 uur

Dit tentamen bestaat uit 6 opgaven
Vermeld ook uw studentnummer op werk en tentamenbriefje

1. Zij S de verzameling mogelijke uitkomsten van een experiment en P een functie die aan iedere deelverzameling E van S een reëel getal $P(E)$ toekent. Onder welke voorwaarden noemen we P een kans?
2. Een studente maakt een meerkeuzetoets met steeds twee mogelijke antwoorden. Als zij het goede antwoord niet weet, gokt zij door met een zuivere munt te gooien. Op 60% van de vragen weet zij het antwoord. Wat is de kans dat zij het antwoord wist op een goed beantwoorde vraag?
3. Een vaas bevat 5 knikkers genummerd 1,2,3,4,5. We trekken achtereenvolgens met teruglegging willekeurig knikkers uit de vaas net zolang totdat alle nummers zijn gesignaleerd. Voor $j = 1, 2, 3, 4, 5$ geven we met Y_j het aantal trekkingen aan dat nodig was om j verschillende nummers te vinden. We noemen $X_1 = Y_1$ en $X_j = Y_j - Y_{j-1}$ voor $j = 2, 3, 4, 5$.
 - a. Bepaal de kansverdeling en de verwachtingswaarde van X_j voor $j = 1, 2, 3, 4, 5$.
 - b. Bereken de verwachtingswaarde van Y_5 .
4. De simultane kansdichtheid van X en Y wordt gegeven door

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} ay & \text{voor } 0 < y < 1, y < x < 2 - y, \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

- a. Bereken a .
 - b. Bepaal de marginale kansdichtheid van X .
 - c. Bepaal de voorwaardelijke kansdichtheid van Y gegeven $X = x$ voor $0 < x < 1$.
 - d. Bereken $E(Y \mid X = x)$ voor $0 < x < 1$.
 - e. Ga na of X en Y onafhankelijk zijn.
5. De stochastische variabelen X_1, X_2, \dots , zijn onderling onafhankelijk en gelijk verdeeld met kansdichtheid

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x} & x \geq 0, \\ 0 & x < 0. \end{cases}$$

Zij $S_n = X_1 + \dots + X_n$, $n = 1, 2, \dots$

- a. Bepaal de correlatiecoëfficiënt van S_1 en S_2 .
 - b. Geef een benadering voor $P(|S_{1000} - 2000| < 100)$ in termen van de standaardnormale verdelingsfunctie Φ met behulp van de Centrale Limietstelling.
6. De stochastische variabelen X en Y zijn onderling onafhankelijk en beide exponentieel verdeeld met parameter $\frac{1}{2}$.
- a. Bepaal $P(X + Y > 4)$.
 - b. Bepaal $P(X + Y > 6 | Y > 2)$.
 - c. Bepaal de kansdichtheid van $V = X/Y$.

Normering:

1	2	3		4					5		6		
		a	b	a	b	c	d	e	a	b	a	b	c
3	3	3	1	1	2	2	1	1	2	2	2	1	3

Eindcijfer: $\frac{\text{Totaal}}{27} \times 9 + 1$ (afgerond)