Tentamen
Inleiding Wiskundige Systeemtheorie (156056)

Datum: 15-03-2004
Plaats: WA4
Tijd: 9:00–12:00

1. Beschouw

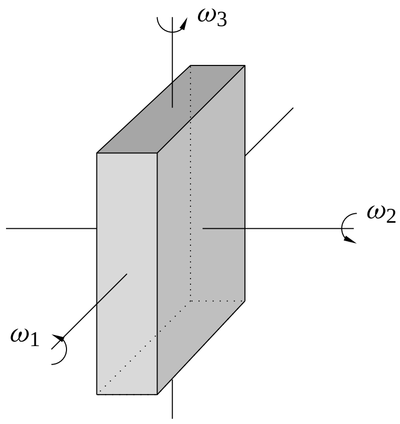
$$\begin{aligned}\dot{x} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}}_{A} x + \underbrace{\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}}_{B} u \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}}_{C} x\end{aligned}$$

   (a) Is het systeem regelbaar?
   (b) Is het systeem waarneembaar?
   (c) Ontwerp een toestandsterugkoppeling $u = Fx$ voor het systeem zodanig dat $A + BF$ enkel eigenwaarden -1 heeft (twee maal).
   (d) Ontwerp een waarnemer voor het systeem, met eigenwaarden -2 (twee maal).
   (e) Geef een stabiliserende regelaar voor het systeem, samengesteld uit voorgaande twee onderdelen.
   (f) Bepaal e^{At}.

2. Stel een systeem met $w : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^3$ wordt beschreven door

$$w_1^{(2)} + w_1 - 2w_2^{(1)} + 3w_3^{(2)} = 0.$$

   (a) Bepaal een polynoommatrix $R(\xi)$ zodanig dat het systeem wordt beschreven door $R(\frac{d}{dt})w = 0$ met $w = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$.
   (b) Bepaal een i/s/o-representatie voor $u := \left[\begin{smallmatrix} w_2 \\ w_3 \end{smallmatrix}\right]$ en $y := w_1$.



3. Beschouw het niet-lineaire systeem van de tuimelende dominosteen, zie de figuur op pagina 1. De bewegingsvergelijkingen zijn

$$\begin{aligned}\dot{\omega}_1 &= \tfrac{I_2-I_3}{I_1}\omega_2\omega_3,\\ \dot{\omega}_2 &= \tfrac{I_3-I_1}{I_2}\omega_3\omega_1,\\ \dot{\omega}_3 &= \tfrac{I_1-I_2}{I_3}\omega_1\omega_2.\end{aligned}$$

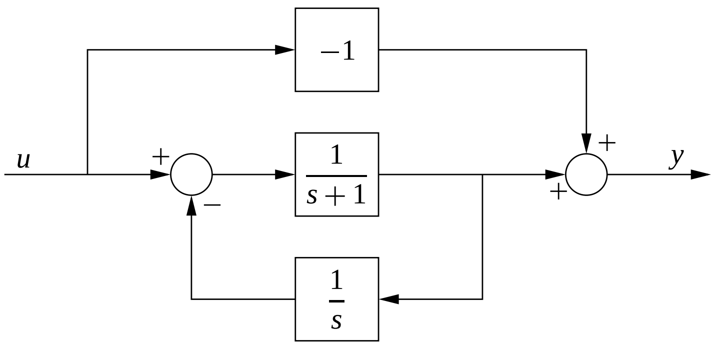
Hier is ω_k de hoeksnelheid om de $k$de as en is I_k het traagheidsmoment van de massa met betrekking tot de $k$de as.

(a) Bepaal alle evenwichtspunten.

(b) Lineariseer het systeem rond evenwichtspunt $(\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*) = (1, 0, 0)$.

(c) Stel $0 < I_3 < I_1 < I_2$. Is de linearisatie van onderdeel (b) van deze opgave asymptotisch stabiel?

(d) Stel $0 < I_3 < I_1 < I_2$. Is het niet-lineaire systeem asymptotisch stabiel rond evenwichtspunt $(\omega_1^*, \omega_2^*, \omega_3^*) = (1, 0, 0)$?



4. Beschouw het geslotenlussysteem van bovenstaande figuur, gerepresenteerd middels hun overdrachtsfuncties.

(a) Bepaal de overdrachtsfunctie van u naar y.

(b) Stel $u(t) = \cos(\omega_0 t)$ en dat de geslotenlus asymptotisch stabiel is. Is er een $\omega_0 \in \mathbb{R}$ waarvoor geldt dat $\lim_{t\to\infty} y(t) = 0$ voor alle mogelijke uitgangen y?

5. Geef de definitie van tijdinvariantie.

6. Analoog aan het lineaire geval noemen we een niet-lineair systeem

$$\dot{x} = f(x, u)$$

regelbaar indien er voor elk tweetal toestanden x_0, x_1 een $t_1 \geq 0$ en een ingang u bestaat zodanig dat $x(0) = x_0$ en $x(t_1) = x_1$.

Is het niet-lineaire systeem $\dot{x} = -x + u^2$ regelbaar?

Puntenverdeling:

Opgave:	1(a)	1(b)	1(c)	1(d)	1(e)	1(f)	2(a)	2(b)	3(a)	3(b)	3(c)	3(d)	4(a)	4(b)	5	6
Punten:	2	2	4	4	2	4	2	4	3	4	2	2	2	2	2	3

Tentamencijfer: $1 + 9p/p_{\max}$ met p het behaalde aantal punten, en $p_{\max} = 44$.