Kenmerk : TW2014/DWMP/007/ha

Vak : **Grafentheorie**
Vakcode : 191520751
Datum : 28 januari 2014
Tijd : 13.45-16.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden. Een rekenmachine is niet toegestaan. In dit tentamen wordt met een graaf G steeds een gewone graaf bedoeld (*simple graph*), d.w.z. G heeft geen lussen (*loops*) en twee verschillende punten worden hoogstens door één lijn verbonden.

1. [4 pt]
Laat v een snijpunt (*cut vertex*) zijn van graaf G.
Toon aan dat $G^c - v$ samenhangend is.

2. [5 pt]
Toon aan dat een graaf G een bos is dan en slechts dan als elke samenhangende deelgraaf van G een geïnduceerde deelgraaf (*induced subgraph*) is.

3. [4 pt]
Laat $k \in \mathbb{N}$, en G is een graaf met $\delta(G) \geq \dfrac{\nu + k - 2}{2}$.
Toon aan dat G k-samenhangend is.

4. [4 pt]
Bewijs de volgende stelling uit het boek.
Als G Hamiltoniaans is, dan geldt voor elke niet-lege, echte deelverzameling S van V:
$$\omega(G - S) \leq |S|.$$

5. [5 pt]
Laat $m > 3$, m oneven. G_m is de graaf die ontstaat uit twee disjuncte K_m's door uit iedere K_m een lijn te verwijderen, zeg uv en $u'v'$, en dan de lijnen uu' en vv' toe te voegen. Zie Figuur 1 voor G_5.
Toon aan dat G_m niet 1-factoriseerbaar is.

6. [4 pt]
G is een 3-reguliere Hamiltoniaanse graaf. Toon aan dat $\chi'(G) = 3$.

Z.O.Z

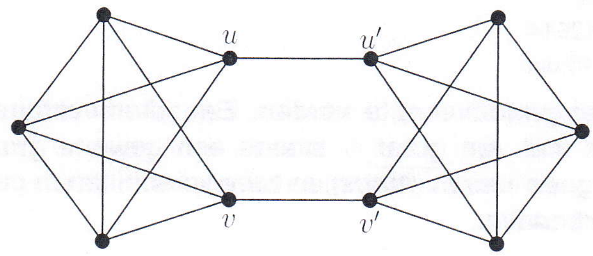

Figure 1: De graaf G_5 bij opgave 5

7. G is een k-kritieke graaf, $v \in V(G)$ en $uv \in E(G)$.

   (a) [3 pt] Toon aan dat er een (echte) k-kleuring $f : V(G) \to \{1, \ldots, k\}$ van G bestaat zo dat:
   $f(v) = k$; $f(u) \in \{1, \ldots, k-1\}$ als $u \neq v$ en $f(N(\{v\}) = \{1, \ldots, k-1\}$.

   (b) [2 pt] Toon aan dat elke (echte) $(k-1)$-kleuring van $G - uv$ dezelfde kleuren geeft aan u en v.

8. [5 pt]
   $[S, \overline{S}]$ en $[T, \overline{T}]$ zijn minimale sneden in netwerk N.
   Toon aan dat dan ook $[S \cup T, \overline{S \cup T}]$ een minimale snede is in N.

Totaal: 36 + 4 = 40 punten