

Tentamen Analyse I voor TW (201100102)

31-01-2014

1. (a) Geef de definitie van het supremum.  
(b) Zij  $\epsilon$  een positief reëel getal en  $V$  een niet lege naar boven begrensde deelverzameling van  $\mathbb{R}$ . Definieer  $W = \{\epsilon x \mid x \in V\}$ . Laat zien dat  $\sup(W) = \epsilon \sup(V)$ .  
(c) Is de vorige bewering nog steeds waar als  $\epsilon$  een willekeurig reëel getal is?
2. Van de rij  $a_n$ ,  $n \in \mathbb{N}$  is gegeven dat  $a_1 = h \in [0, \frac{1}{4}]$  en  $a_{n+1} = a_n^2 + 3/16$ .  
(a) Laat dan zien dat de rij monotoon stijgend en begrensd is.  
(b) Bepaal de limiet van de rij.
3. Van de functie  $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$  is gegeven dat:  
(a)  $f$  is continu;  
(b)  $f$  is differentieerbaar op  $(0, 1)$  en  $f'(x) \leq 1$ ;  
(c)  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ .

Bepaal deze functie.

4. (a) Geef de definitie van uniforme continuïteit.  
(b) Bewijs dat de functie  $f : (0, 1) \rightarrow \mathbb{R}$  gedefinieerd door

$$f(x) = \frac{x-1}{\ln(x)}$$

uniform continu is.

5. Bepaal of de volgende oneigenlijke integraal bestaat:

$$\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{\cos 2x}{x^{1/4}} dx.$$

normering

- 1a. 2 2a. 4 3. 7 4a. 3 5. 8  
b. 3 - b. 3 3b. 4  
- c. 2

totaal 36