

Kenmerk : TW2013/LEI/1/1

Course : **Mathematics B1 (Leibniz)**

Date : October 4, 2013

Time : 15.45 – 16.45 hrs

**Motivate all your answers.
The use of electronic devices is not allowed.**

1. Define the function $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ by

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(a) [1 pt] Show that f is one-to-one.

(b) [2 pt] Find the inverse of f . Simplify $f^{-1}(y)$ as much as possible.

Warning: in order to determine f^{-1} you also need to find its domain!

(b) [1 pt] Find $(f^{-1})'(0)$.

2. [2 pt] Let $f(x) = x^2$. Use the definition of the derivative to show that $f'(x) = 2x$.

3. (a) [2 pt] Solve the initial value problem

$$\begin{cases} y' + (3x^2 - 1)y = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

(b) [2 pt] Find a particular solution of the equation

$$y' + (3x^2 - 1)y = x^2 e^x.$$

Total: 10 points

Vak : **Mathematics B1 (Leibniz)**

Datum : 4 oktober 2013

Tijd : 15.45 – 16.45 uur

**Motiveer al uw antwoorden.
Het gebruik van elektronische apparatuur is niet toegestaan.**

1. Definieer de functie $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$f(x) = \frac{e^x - 1}{e^x + 1}, \quad x \in \mathbb{R}.$$

(a) [1 pt] Toon aan dat f een-eenduidig (one-to-one) is.

(b) [2 pt] Bepaal de inverse van f . Vereenvoudig $f^{-1}(y)$ zo veel mogelijk.
Let op: bij het bepalen van f^{-1} hoort ook het bepalen van het definitiegebied!

(b) [1 pt] Bepaal $(f^{-1})'(0)$.

2. [2 pt] Stel $f(x) = x^2$. Toon met behulp van de definitie van de afgeleide aan dat $f'(x) = 2x$.

3. (a) [2 pt] Los het volgende beginwaarde probleem op:

$$\begin{cases} y' + (3x^2 - 1)y = 0, \\ y(1) = 1. \end{cases}$$

(b) [2 pt] Bepaal een particuliere oplossing van de vergelijking

$$y' + (3x^2 - 1)y = x^2 e^x.$$

Totaal: 10 punten