# Herkansing Deeltentamens 1 en 2 Vectorcalculus voor TN/TW

## Vakcodes 201300164, 201300183
## 23 juni 2014

**Let op!** Indien reeds een voldoende cijfer is behaald voor deeltentamen 1 en/of 2 dan hoeft voor het onderdeel met een voldoende cijfer het deeltentamen niet opnieuw gedaan te worden.

- **Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.**
- **Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

## Herkansing Deeltentamen 1

1. Het oppervlak $S$ wordt gegeven door de vergelijking $\ln(1 + x^2 + z^2) = y$.

   a. Bereken een normaalvector op het oppervlak $S$ in het punt $Q = (1, \ln 2, 0)$.

   b. Geef een vergelijking voor het raakvlak aan $S$ in het punt $Q = (1, \ln 2, 0)$.

2. Gegeven de functie $z = f(x, y) = \ln(x + y)$ met $x = e^{st}$ en $y = st$.

   a. Bereken met de kettingregel $\frac{\partial z}{\partial t}$.

   b. Bereken met de kettingregel $\frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t}$. Je hoeft niet het hele eindantwoord volledig in $s$ and $t$ uit te drukken.

3. Bereken $\iiint_E x^2 dV$, met $E$ het volume dat begrensd wordt door het $xz$-vlak en de halve bollen $y = \sqrt{9 - x^2 - z^2}$ en $y = \sqrt{16 - x^2 - z^2}$.

## Herkansing Deeltentamen 2

1. Gegeven het vectorveld

$$\mathbf{F}(x, y, z) = 4yz^2x\mathbf{i} + y^4\mathbf{j} - y^3x^2\mathbf{k}$$

Het oppervlak $S$ is de rand van de cylinder $y^2 + z^2 \leq 1$ die begrensd wordt door de vlakken $y = x - 2$ en $x = 0$.

   a. Schets het oppervlak $S$.

   b. Bereken div $\mathbf{F}$.

   c. Bereken $\iint_S \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$, met $\hat{\mathbf{N}}$ de uitwendige eenheidsnormaal vector op $S$. (Hint: gebruik de stelling van Gauss en vervolgens cylindercoordinaten)

2. Het oppervlak $S$ is het inwendige van de driehoek met hoekpunten $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ en $(0, 0, 1)$. De eenheidsnormaalvector $\hat{\mathbf{N}}$ op $S$ wijst naar boven (positieve $z$-richting). Gegeven is het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = y\,\mathbf{i} - z\mathbf{j} + x\,\mathbf{k}$.

   a. Geef een parametrizatie van de drie zijden van de driehoek $S$ zodanig dat de draairichting van de rand van $S$ positief is.

   b. Geef een vergelijking voor het vlak waarin de driehoek ligt.

   c. Bereken curl $\mathbf{F}$.

   d. Bereken de integraal $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$ direct.

   e. Bereken de integraal $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$ met behulp van de Stelling van Stokes.

3. We gaan met behulp van de methode van Lagrange de extrema van

$$f(x, y) = x^2 + (y + 2)^2$$

onder de nevenconditie $g(x, y) = 0$ berekenen met

$$g(x, y) = 6x^2 + y^2 - 36.$$

   a. Geef de Lagrange functie.

   b. Bepaal de kritieke punten van de Lagrange functie.

   c. Bepaal de extrema van $f(x, y)$ onder de nevenconditie $g(x, y) = 0$.

4. Onderzoek of de volgende reeksen convergeren of divergeren

   a. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 5}{\sqrt[3]{n^7 + n^2}}$ b. $\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n + n\cos^2 n}$

**Puntentelling herhaling deeltoets 1**

| 1: 6 | 2: 7 | 3: 7 |
|---|---|---|
| 1a: 3 | 2a: 3 | 3: 7 |
| 1b: 3 | 2b: 4 | |
| | | |

**Totaal 20+2=22 punten**

**Puntentelling herhaling deeltoets 2**

| 1: 7 | 2: 9 | 3: 6 | 4: 5 |
|---|---|---|---|
| 1a: 1 | 2a: 2 | 3a: 1 | 4a: 3 |
| 1b: 1 | 2b: 1 | 3b: 4 | 4b: 2 |
| 1c: 5 | 2c: 1 | 3c: 1 | |
| | 2d: 2 | | |
| | 2e: 3 | | |

**Totaal 27+3=30 punten**