

Vak : **Calculus I voor WB, CT, TN en TW**
Vakcode : 152026
Datum : Maandag 6 oktober 1997
Tijdstip : 9.00 - 12.00 uur
Plaats : sportcentrum

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Een rekenmachine mag niet gebruikt worden.**

1. Bewijs met behulp van volledige inductie dat voor alle $n \in \mathbb{N}$ met $n \geq 1$ geldt

$$\sum_{k=1}^n k \cdot 2^k = (n-1)2^{n+1} + 2$$

2. (a) Formuleer de Insluitstelling voor limieten van functies.

Laat $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ een begrensde functie zijn.

Definieer $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ door $g(x) = (x-1)f(x)$ voor alle $x \in \mathbb{R}$.

(b) Bewijs dat g continu is in het punt $x = 1$.

(c) Is g differentieerbaar in het punt $x = 1$?

3. (a) Bepaal de 3^e orde Taylorontwikkeling rond $x = 0$ (inclusief kleine orde-term) van de functie

$$f(x) = \tan x .$$

(b) Bereken met behulp van Taylorontwikkelingen

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - x\sqrt{1+x^2}}{x^3}$$

4. (a) Bepaal

$$\int \frac{x^3 - 8x - 8}{x^3 + 2x^2 + 2x} dx \quad (x > 0)$$

(b) Bereken ingeval van convergentie

$$\int_1^{\infty} \frac{\ln(1+x^2)}{x^2} dx$$

Z.O.Z.

5. Gegeven is de functie $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ door

$$f(x_1, x_2) = \begin{cases} \frac{x_1^3 + x_2^4}{x_1^2 + x_2^2} & \text{als } (x_1, x_2) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{als } (x_1, x_2) = (0, 0) \end{cases}$$

- (a) Bereken de partiële afgeleiden $\frac{\partial f}{\partial x_1}$ en $\frac{\partial f}{\partial x_2}$ in het punt $(0, 0)$.
(b) Is f differentieerbaar in het punt $(0, 0)$?

Normering:

1	a : 4	2	a : 2 b : 2 c : 2	3	a : 3 b : 3	4	a : 5 b : 5	5	a : 2 b : 3
---	-------	---	-------------------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten