

# Afdeling Toegepaste Wiskunde

Kenmerk : TW08/SSB/PK/188/ml

Datum : 27 februari 2009

Tentamen Calculus I voor TW - vakcode 152100

Vrijdag 31 oktober 2008, 09.00 - 12.00 uur, Sportcentrum

**Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.**

1. Bepaal met behulp van de Stelling van l'Hospital (controleer de voorwaarden)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{x^2}$$

2. a. Gegeven is  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$  ( $L > 0$ ). Bewijs met behulp van de definitie van limiet:

$$\lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{f(x)} = \frac{1}{L}$$

- b1. Formuleer de middelwaardstelling (Mean Value Theorem).

- b2. Gegeven is de functie  $f$  gedefinieerd op  $[0, 2]$ ;  $f$  is continu;  $f$  is 2 keer differentieerbaar op  $(0, 2)$ . Verder is gegeven  $f(0) = 0$ ,  $f(1) = 1$ ,  $f(2) = 10$ .

Toon aan: er bestaat  $\alpha \in (0, 2)$  met  $f''(\alpha) > 4$ .

3. Gegeven  $f(x) = (1 + x)^{1/4}$ .

- a. Bepaal de 3e-orde Taylorpolynoom  $T_3(x)$  rondom  $x = 0$  en geef de formule voor de 3e-orde restterm  $R_3(x)$ .

- b. Bepaal met behulp van  $R_3(x)$  een schatting voor de nauwkeurigheid van

$$|f(1.1) - T_3(1.1)|$$

4. a. Bereken  $\int_0^1 x^3 \sqrt{x^2 + 1} dx$ .

- b. Bereken  $\int \frac{2(x^3 - x^2 - 1)}{(x-2)^2(x^2+2)} dx$ .

5. Gegeven zijn  $z = 2 - 2i$ ,  $\omega = \sqrt{3} - i$

- a. Bepaal de polaire vorm van  $z$  en  $\omega$ .

- b. Bereken de polaire vorm van  $z^5 \omega^6$  en  $\omega^9$ .

Z.O.Z.

6. Bepaal de algemene oplossing van de inhomogene differentiaalvergelijking

$$\frac{d^2y}{dx^2}(x) + 2\frac{dy}{dx}(x) + 2y(x) = 10e^{2x} + 5\sin x$$

7. Gegeven is de functie van twee variabelen  $x, y$  door

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2y^2}{x^2+y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

- a. Toon aan dat  $f$  continu is in  $(0, 0)$ .
- b1. Bereken  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$  ( $(x, y) \neq (0, 0)$ ).
- b2. Bereken  $\frac{\partial f}{\partial x}(0, 0)$

**Normering:**

<b>1.</b>	3	<b>2a.</b>	3	<b>3a.</b>	3	<b>4a.</b>	3	<b>5a.</b>	2	<b>6.</b>	5	<b>7a.</b>	2
		<b>2b1.</b>	1	<b>3b.</b>	2	<b>4b.</b>	4	<b>5b.</b>	3			<b>7b1.</b>	1
		<b>2b2.</b>	2									<b>7b2.</b>	2

**Totaal:**  $36 + 4 = 40$  punten