

# Toets Calculus 1, TW

18 Oktober 2011, 13:45-15:15

Gebruik van rekenmachine is niet toegestaan.

Elk antwoord moet gemotiveerd worden.

- (a) Geef de 'epsilon-delta' definitie van continuïteit van een functie  $f$  van 2 variabelen,  $f = f(x, y)$  in het punt  $(x, y) = (a, b)$ .  
(b) Beschouw de functie  $g$  gegeven voor  $(x, y) \neq (0, 0)$  door

$$g(x, y) = \frac{x^4 + |y|}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

Beschouw de restrictie van deze functie op de  $y$ -as,  $y \rightarrow g(0, y)$  en bereken de volgende limietwaarde  $m$ :

$$m = \lim_{y \rightarrow 0} g(0, y).$$

- (c) Als we extra definiëren  $g(0, 0) = m$ , is dan de functie  $g$  uit onderdeel (b) continu in het punt  $(0, 0)$ ?  
2. Bereken de waarde van de volgende bepaalde integralen:

$$(a) \int_0^1 \frac{dx}{9 - x^2} \quad (b) \int_{-2}^2 \frac{dx}{x^2 + 4}$$

- Onderzoek of de integraal convergent of divergent is in de volgende gevallen:

$$(a) \int_0^1 \frac{\cos x}{x} dx \quad (b) \int_1^\infty \frac{dx}{(4 - x)^2}$$

- Beschouw de functie  $f$  op het gegeven interval

$$f(x) = \cosh(x) \text{ voor } x \geq 0$$

(Hier is  $\cosh(x) = (e^x + e^{-x})/2$ )

- (a) Toon aan dat  $f$  een monotoon stijgende functie is en schets de grafiek van  $f$ .  
(b) Laat  $y \rightarrow g(y)$  de inverse zijn van de functie  $x \rightarrow f(x)$  in onderdeel (a). Bepaal het domein (definitiegebied) van de functie  $g$  en schets de grafiek van  $g$  op dat domein.  
(c) Bereken  $g(1)$  en bereken de rechter-limiet van de afgeleide van  $g$  in het punt 1, dus  $\lim_{y \downarrow 1} dg/dy$ .