Vak	:	Calculus voor TW en TN
Vakcode	:	201100103 & 201000175
Datum	:	29 Januari 2013
Tijd	:	8:45 - 11:45

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.
In totaal 6 opgaven, zie ook ommezijde.
Het aantal punten behaald voor opgave 1, resp. opgave 2 (ieder maximaal 4) zal vervangen worden door het resultaat van toets 1, resp. toets 2, indien dat groter is.

1. (a) Voor een getalrij $\{x_n\}$ geef de definitie van $\lim_{n\to\infty} x_n = -\infty$.

   (b) Beschouw de functie $f(x) = |x| \cosh(x)$. Bepaal een getal $\delta > 0$ zodat
$$|f(x)| < 10^{-4} \text{ voor alle } x \text{ waarvoor } |x| < \delta.$$

2. .

   (a) Onderzoek of de volgende limiet bestaat, en zo ja bepaal de limiet:
$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{x^2 \tan(y) + y^2}{x^2 + y^2}$$

   (b) Onderzoek of de volgende integraal bestaat:
$$\int_{-1}^{1} \frac{\tan(x)}{\sinh(x)} dx$$

3. .

   (a) Bepaal een expliciete uitdrukking voor de functie $f(x)$ gegeven door
$$f(x) = \frac{d}{dx} \int_{-x}^{\sin(x)} \left(t + \ln\left(1 + t^2\right)\right) dt$$

   (b) Bepaal alle verschillende oplossingen $z \in \mathbb{C}$ van de vergelijking
$$z^4 - 2z^2 + 4 = 0$$

   (c) Bepaal
$$\int \frac{dx}{\sqrt{9 - x^2}}$$

4. Beschouw de functie $f(x) = x \sin(x)$ voor $x \in (-\pi/2, \pi/2)$.

   (a) Schets de grafiek van f.

   (b) Bepaal het eerste orde Taylor polynoom $y = P_1(x)$ van f in het punt $x = 1$.

   (c) Voor $\varepsilon = 10^{-1}$ bepaal 'n waarde voor $\delta > 0$ zodat
$$|f(x) - P_1(x)| < \varepsilon \text{ voor alle } x \text{ met } |x - 1| < \delta.$$

5. Beschouw de functie op het platte vlak gegeven door $f(x, y) = \sin\left(x^2 - y\right)$.

   (a) Teken drie karakteristieke niveaukrommen van de functie waarvoor de waarde van f gelijk is aan $-1, 0$ en 1.

   (b) Bepaal de raaklijn in het (x, y)-vlak aan de niveaukromme door het punt $(1, 1)$.

   (c) Bepaal het raakvlak aan de grafiek van f in het punt $(1, 1, 0)$.

   (d) Bepaal 'n functie $g(x, y)$ die voor alle (x, y) voldoet aan (de zogenaamde partiele differentiaal vergelijking)

$$\frac{\partial g}{\partial x} + 2x \frac{\partial g}{\partial y} = 0.$$

6. .

   (a) Bepaal de oplossing van de eerste orde differentiaalvergelijking voor $y(x)$

$$y' = 2y + x$$

   die voldoet aan $y(0) = 0$.

   (b) Beschouw de tweede orde differentiaalvergelijking

$$y'' - 4y = 0.$$

   Bepaal de waarde(n) van α zodat de oplossing van het beginwaardeprobleem met $y(0) = 1, y'(0) = \alpha$ begrensd is voor $x \in [0, \infty)$.

Puntenverdeling:

1	a	2	3	a	2	4	a	2	5	a	2	6	a	3
	b	2		b	3		b	2		b	2		b	3
2	a	2		c	2		c	3		c	2			
	b	2								d	2			

Totaal = 36+4=40 punten