MASTERMATH MEETKUNDE DEELTENTAMEN 1

Vrijdag 27 oktober 2017, 14:00 – 17:00 uur

Schrijf uw uitwerkingen overzichtelijk en inclusief onderbouwing op. Het gebruik van elektronische hulpmiddelen zoals rekenmachine of laptop is **niet** toegestaan. Schrijf- en tekenhulpmiddelen zoals pen, potlood, passer en liniaal zijn wel toegestaan.
Het cijfer wordt bepaald door bij het totaal der behaalde punten (maximaal 45) 5 punten op te tellen en het resultaat te delen door 5 en af te ronden op één decimaal.

---

1. (**10 p**) Gegeven is een willekeurige driehoek: $\triangle PQR$. Construeer op de bijlage met passer en liniaal een rechthoek $ABCD$ waarvan de oppervlakte gelijk is aan de oppervlakte van $\triangle PQR$ én waarbij $|AB| = 2|AD|$. Licht uw constructiestappen kort toe, maar van standaardconstructies zoals de constructie van een middelloodlijn hoeft u niet elke stap te beschrijven.

2. Teken een vierkant $ABCD$. Kies op zijde BC een willekeurig punt P en teken een vierkant $APQR$ op AP zó dat punt B buiten $APQR$ ligt.

   a) (**3 p**) Toon aan dat punt R op de lijn CD ligt.

   b) (**2 p**) Verleng lijnstuk QP totdat deze het verlengde van lijnstuk AB snijdt in punt S. Toon aan dat $|BP|^2 = |AB| \cdot |BS|$.

   c) (**2 p**) Teken rechthoek $BSTC$. Bewijs dat vierkant $APQR$ en rechthoek $ASTD$ gelijke oppervlakte hebben.

3. Gegeven zijn de cirkel $C : (x-3)^2 + y^2 = 4$ en de lijn $\ell : 2\sqrt{2}\, y = x + 3$.

   a) (**3 p**) Bewijs dat ℓ raakt aan C, dus precies één punt gemeen heeft met C.

   b) (**4 p**) Bepaal vergelijkingen van de cirkels die raken aan zowel ℓ als aan C en waarvan de middelpunten op de x-as liggen.

4. (**8 p**) Gegeven is $\triangle ABC$. Het punt P ligt op lijnstuk BC en verdeelt dit lijnstuk in de verhouding $2:1$, dus $\frac{|BP|}{|PC|} = 2$. Het punt Q ligt op lijnstuk AC en wel zó dat $\frac{|CQ|}{|QA|} = 2$. De lijn ℓ gaat door C en het snijpunt R van de lijnen AP en BQ. Het snijpunt van ℓ met AB noemen we S. Gebruik vectoren om de verhouding $\frac{|AS|}{|SB|}$ te bepalen.

Zie andere zijde

MASTERMATH MEETKUNDE DEELTENTAMEN 1
Vrijdag 27 oktober 2017, 14:00 – 17:00 uur

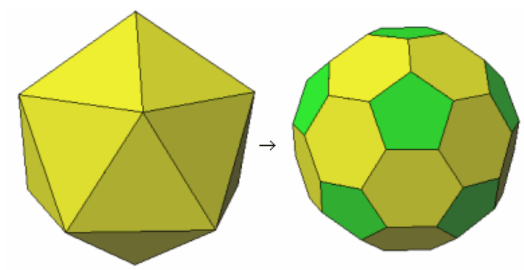
5. In het vlak is gegeven de lijn ℓ en het punt P buiten lijn ℓ. Van de isometrie T van het vlak is gegeven dat $T(\ell) = \ell$ (dus T transformeert elk punt van ℓ in een, mogelijk ander punt van ℓ) en $T(P) = P$. Verder is n de lijn door P die loodrecht op ℓ staat.

   a) (**3 p**) Bewijs dat T het snijpunt Q van ℓ en n vastlaat.

   b) (**5 p**) Bewijs dat T de identiteit is of een spiegeling in de lijn n.

6. Geef, *zonder toelichting*, op uw antwoordvel aan welke beweringen waar respectievelijk onwaar zijn.
   Elk goed antwoord levert **1 punt** op, elk fout antwoord $-$ **1 punt**, een onderdeel zonder antwoord levert **0 punten** op, met dien verstande dat u voor deze opgave altijd in totaal **minimaal 0 punten** haalt (en maximaal 5 punten).

   a) Het halfregelmatige lichaam dat ontstaat door de icosaëder (regelmatig 20-vlak) in elk hoekpunt regelmatig af te knotten (zie figuur) heeft 32 vlakken en 60 ribben.



   b) In Hilberts axiomastelsel van de Euclidische Meetkunde is geen parallellen-axioma (vijfde postulaat van Euclides) opgenomen.

   c) Gegeven is een lijnstuk ter lengte 1. Met passer en liniaal is een lijnstuk ter lengte $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ construeerbaar.

   d) Men spiegelt punten uit het x, y-vlak eerst in de lijn $y = 1$ en vervolgens in de lijn $y = x$. Deze samenstelling beeldt het punt (u, v) af op $(v, 2 - u)$.

   e) Voor elke isometrie T van het vlak en elk drietal collineaire punten P, Q en R in het vlak zijn de drie beeldpunten $T(P)$, $T(Q)$, $T(R)$ collineair (collineair= liggen op één rechte).