Kenmerk: EWI05/DWMP/t13/dh

Tentamen Deterministische Modellen in de OR

Maandag 29 augustus 2005, 13.30 – 16.30 uur
vakcode 158075

Opmerking vooraf: Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie! Gebruik van de rekenmachine is niet toegestaan.

1. **(7 punten)**
Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{array}{rrcrcr} \max & 5x_1 & - & 2x_2 & & \\ \text{s.t.} & 2x_1 & - & x_2 & \leq & 10 \\ & -x_1 & + & 2x_2 & \geq & 2 \\ & & & x_1, x_2 \geq 0 & & \end{array} \qquad (P)$$

(a) Los het bovenstaande probleem (P) op met de 2-fasenmethode.
(b) Bepaal het duale probleem (D) van (P).
(c) Heeft het duale probleem (D) een optimale oplossing? Zo ja, welke? Zo nee, waarom niet?

2. **(7 punten)**
Beschouw het volgende LP-probleem:

$$(P) \qquad \begin{array}{rrcrcrcr} \max & 2x_1 & + & 3x_2 & - & 4x_3 & & \\ \text{s.t.} & x_1 & & & & & \geq & 5 \\ & x_1 & + & x_2 & - & 2x_3 & \geq & 14 \\ & 2x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \leq & 24 \\ & & & & & x_1, x_2, x_3 & \geq & 0 \end{array}$$

Het oplossen van (P) met de simplexmethode levert het volgende eindtableau op:

z	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	s_3	a_1	a_2	RHS
1	0	0	7	4	0	3	−4	0	52
0	1	0	0	−1	0	0	1	0	5
0	0	1	1	2	0	1	−2	0	14
0	0	0	3	1	1	1	−1	−1	5

Beschouw de onderstaande vragen onafhankelijk van elkaar. Ga dus steeds weer opnieuw uit van de bovenstaande LP-probleem en eindtableau.

(a) Is er een alternatieve optimale oplossing voor dit probleem? Zo ja, welke? Zo nee, waarom niet?

(b) Voor welke waarden van de kostencoëfficient c_3 van x_3 blijft de basis uit het eindtableau optimaal?

(c) Wat verandert er in de optimale oplossing indien het rechterlid in de derde restrictie toeneemt van 24 tot 28? Hoever kan dit rechterlid toenemen of afnemen zonder dat de basis verandert?

(d) Bepaal het duale probleem (D) van (P) en geef de optimale oplossing voor (D).

3. **(4 punten)**
Carco produceert auto's en trucks. Iedere auto geeft 300 €winst en iedere truck 400 €. De resources die nodig zijn om te produceren zijn:

soort	dagen op type 1-machines	dagen op type 2-machines	tonnen staal
auto	0.8	0.6	2
truck	1	0.7	3

Idere dag kan Carco 98 type-1 machines huren voor 50 €per machine. Verder heeft Carco 73 type-2 machines en 260 tonnen staal per dag. De marketing afdeling heeft beslist dat per dag tenminste 88 auto's en 26 trucks geproduceerd moeten worden Om Garco's profijt te maximaliseren moet een LP opgelost worden.

De output van LINDO voor dit LP is:

max 300 X1 + 400 X2 - 50 M1
subject to
2) 0.8 X1 + X2 - M1 $\leq$ 0
3) M1 $\leq$ 98
4) 0.6 X1 + 0.7 X2 $\leq$ 73
5) 2 X1 + 3 X2 $\leq$ 260
6) X1 $\geq$ 88
7) X2 $\geq$ 26

LP optimum found at step 1

Objective function value

1) 32540.000

Variable	Value	Reduced cost
X1	88.000000	0.000000
X2	27.599998	0.000000
M1	98.000000	0.000000

Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	400.000000
3)	0.000000	350.000000
4)	0.879999	0.000000
5)	1.200003	0.000000
6)	0.000000	-20.000000
7)	1.599999	0.000000

No. iterations = 1

Ranges in which the basis is unchanged:

	obj coefficient ranges		
Variable	current coef.	Allowable increase	Allowable decrease
X1	300.000000	20.000000	Infinity
X2	400.000000	Infinity	25.000000
M1	-50.000000	Infinity	350.00000

	Righthand side ranges		
Row	current rhs.	Allowable increase	Allowable decrease
2	0.000000	0.400001	1.599999
3	98.000000	0.400001	1.599999
4	73.000000	Infinity	0.879999
5	260.000000	Infinity	1.200003
6	88.000000	1.999999	3.000008
7	26.000000	1.599999	Infinity

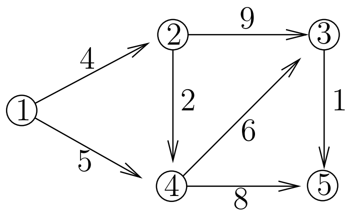
(a) Zouden de auto's 310 €opleveren, hoe ziet dan de nieuwe optimale oplossing eruit?

(b) Hoeveel zou Carco maximaal willen betalen om een extra type 1-machine te huren?

(c) Zou Cargo tenminste 86 auto's moeten produceren, wat zou Cargo's profit worden?

(d) Wat is het maximum wat Cargo voor een extra ton staal zou willen betalen?

4. **(2 punten)** Beschouw de volgende graaf



(De getallen bij de lijnen geven de lengte van de lijnen.)
Bereken een minimale opspannende boom voor deze graaf.

5. **(5 punten)**
Gegeven is een project met 8 activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn:

Activiteit	Predecessors	Tijd
A	—	9
B	—	2
C	B	3
D	A,C	8
E	B	4
F	D,E	4
G	D,E	9
H	F	1

(a) Geef het bijbehorende AOA netwerk.

(b) Bepaal het kritieke pad van het netwerk en de totale float en free float voor iedere activiteit.

6. **(6 punten)**
Ford heeft 4 produktieplekken. Op iedere plek kunnen de 3 merken Taunus, Lincoln en Escort geproduceerd worden, maar er mag per plek maar voor één type gekozen worden. De vaste en variabele kosten voor de produktie van de types per plek zijn

		Variabele kosten (€)		
Plek	Vaste kosten (€)	Taunus	Lincoln	Escort
1	7 miljard	12.000	16.000	9.000
2	6 miljard	15.000	18.000	11.000
3	4 miljard	17.000	19.000	12.000
4	2 miljard	19.000	22.000	14.000

Ford heeft de volgende restricties:

- iedere plek mag maar één type produceren.
- de totale produktie van ieder type auto moet op één plek gebeuren (d.w.z. er mag niet op twee verschillende plekken het zelfde type produceerd worden).

- worden plekken 3 en 4 gebruikt, dan moet ook plek 1 gebruikt worden.

Ieder jaar moet Ford 500.000 auto's van ieder type produceren.
Formuleer een ILP waarvan de oplossing aangeeft hoe Ford zijn jaarlijkse kosten minimaal kan houden om de auto's te produceren. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van de voorwaarden en de doelfunktie.

7. **(5 punten)**
Een luchtvaartmaatschappij kan op een vlucht van Amsterdam naar New York nog 1500 kg. extra vracht meenemen. Één van de klanten laat regelmatig drie produkttypen op dit traject vervoeren. De onderstaande tabel toont per type product:

- het aantal containers van de klant dat nog vervoerd moet worden,
- het gewicht per container,
- het vrachttarief dat de luchtvaartmaatscappij in rekening kan brengen.

Type produkt	**Maximaal aantal te vervoeren containers**	**Gewicht per container (x 100 kg)**	**Vrachttarief per container (x €100)**
1	3	2	5
2	4	3	7
3	2	5	12

De luchtvaartmaatschappij kan kiezen welke vracht nog wordt meegenomen binnen de beschikbare capaciteit. Natuurlijk is het de bedoeling om een zodanige keuze te maken, dat de opbrengsten worden gemaximaliseerd.

Los dit probleem op met dynamisch programmering. Definieer hiertoe eerst

- fasen
- toestanden
- beslissingen
- kostenfunctie
- recurrente betrekking voor de kostenfunctie.

Normering:

1.(a):	4	2.(a):	1	3.(a):	1	4. :	2	5. :	5	6. :	6	7.:	5
(b):	2	(b):	1	(b):	1								
(c):	1	(c):	2	(c):	1								
		(d):	3	(d):	1								

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten.

Hulpmiddel: Tableau behorende bij een basis B

z	BV	NBV	RHS
1	0	$c_{BV}B^{-1}N - c_{NBV}$	$c_{BV}B^{-1}b$
0	I	$B^{-1}N$	$B^{-1}b$