Oefententamen B Discrete Wiskunde II(152162)

1. Zie het bewijs van Theorem 4.7.

2. Zo'n getal is van de vorm $n = p^9$ of $n = p_1 \cdot p_2^4$, waarbij p, p_1, p_2 priemgetallen zijn. De eerste vorm levert geen oplossingen (2^9 is al te groot), voor de tweede is $p_2 = 2$ of $p_2 = 3$. Als $p_2 = 2$, dan zijn $p_1 = 3, 5, 7, 11, 13$ mogelijk, voor $p_2 = 3$ is alleen $p_1 = 2$ mogelijk.

3. (a) Zie boek, Definitie 5.23.
   (b) Ja, neem $f(n) = 1$ en $g(n) = 2$.

4. (a) $a_n = 2 \cdot 5^n + n + 1$.
   (b) Bijvoorbeeld $a_{n+1} = a_n + 2^n$.

5. (a) Zie Theorem 12.6 (Tel het aantal child nodes vanuit de parent nodes).
   (b) Zie Theorem 12.6 (Gebruik a. en $n = i + \ell$).
   (c) Bijvoorbeeld $a = 000, b = 101, c = 1000, d = 01, e = 11, f = 001, g = 1001$.

6. (a) $|U_{14}| = 6$, de elementen zijn $1, 3, 5, 9, 11, 13$.
   (b) Ja, $3^2 = 9, 3^3 = 13, 3^4 = 11, 3^5 = 5, 3^6 = 1$. Dus $U_{14} = \langle 3 \rangle$.

7. (a)

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma_2 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 3 & 4 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\sigma_4 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 5 \end{pmatrix}, \quad \sigma_5 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 1 \end{pmatrix}, \quad \sigma_6 = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

   (b) De elementen van H hebben orde 1, 2, 4 of 8, die van G 1, 3, 5 of 15. (zie Theorem 16.9). Beide dus alleen orde 1, dus σ_1 uit onderdeel a.

8. $d = 5$ en $M = 4^5 = 23$ in Z_{91}.