

Kenmerk: EWI/TW/SP/10-022

Datum: 9 april 2010

Tentamen Kansrekening (153037)
vrijdag 16 april 2010 van 8.45 - 11.45 uur

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven
Vermeld ook uw studentnummer

1. Een gokker heeft twee munten, een gewone met een kop- en een muntzijde en een ongewone met aan beide zijden kop, en kiest lukraak een van beide munten.
 - a. De gokker gooit de munt op en kop komt boven. Wat is de kans dat hij de gewone munt heeft gekozen?
 - b. De gokker gooit dezelfde munt nog een keer op en weer ligt kop boven. Wat is de kans dat hij de gewone munt heeft gekozen?
 - c. De gokker gooit dezelfde munt een derde keer, maar nu komt munt boven. Wat is de kans dat hij de gewone munt heeft gekozen?
2. De simultane kansfunctie $P(X = i, Y = j)$ van de stochastische variabelen X en Y wordt gegeven door

$$P(X = i, Y = j) = c \frac{2^i 3^j}{i! j!}, \quad i, j = 0, 1, \dots$$

- a. Bepaal de constante c .
 - b. Bepaal de marginale verdeling van X en geef $E[X]$.
 - c. Bepaal de momentgenererende functie van X en geef $\text{var}(X)$.
 - d. Bepaal de voorwaardelijke verdeling van X gegeven $Y = 0$.
 - e. Bereken $\text{cov}(X, X + Y)$.
3. De studenten Jan en Klaas hebben afgesproken elkaar in de Bastille te ontmoeten. Ze arriveren onafhankelijk van elkaar op willekeurige (d.w.z. uniform verdeelde) tijdstippen gelegen tussen 12.00 uur en 13.00 uur. We noemen de tijdstippen waarop Jan en Klaas aankomen T_J en T_K , en geven de tijden die ze op de ander moeten wachten aan met W_J en W_K .
 - a. Hoe groot is de kans dat Jan eerder dan Klaas in de Bastille is.
 - b. Bepaal $P(W_J = 0)$.
 - c. Bepaal de verdelingsfunctie van de wachttijd van Jan.
 - d. Bepaal de verwachte wachttijd van Jan.
 - e. Beredeneer dat $W_J + W_K = |T_J - T_K|$.

- f. Bepaal de kansdichtheid van $W_J + W_K$.
4. De stochastische variabelen $X_1, X_2, \dots$, zijn onderling onafhankelijk en identiek verdeeld met kansdichtheid

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{2}\sqrt{x}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{elders.} \end{cases}$$

Zij $S_n = X_1 + \dots + X_n$.

- Bereken $E[S_n]$ en $\text{var}(S_n)$.
 - Geef een benadering voor $P(|S_{525} - 315| < 12)$ in termen van de standaard-normale verdelingsfunctie Φ . Motiveer uw antwoord.
 - Bepaal met behulp van de ongelijkheid van Chebysev een ondergrens voor $P(|S_{525} - 315| < 12)$.
5. De stochastische variabelen X en Y zijn onderling onafhankelijk en exponentieel verdeeld met verwachtingswaarden respectievelijk λ^{-1} en μ^{-1} , waarbij $\lambda > \mu$.
- Bepaal $E[X | X > 3]$.
 - Bepaal $E[X | X > Y]$.
 - Bepaal de kansdichtheid van $Z = X + Y$.

Normering:

1			2					3						4			5		
a	b	c	a	b	c	d	e	a	b	c	d	e	f	a	b	c	a	b	c
2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	3

Eindcijfer: $\frac{\text{Totaal}}{36} \times 9 + 1$ (afgerond)

$\Rightarrow 14$