

Tentamen Calculus II voor TW (201000178) en TN
(201000179)

24 januari 2011, 8:45-11:45

- Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
- Het gebruik van een rekenmachine is voor TW *niet* toegestaan en voor TN *wel*.
- De sommen zijn zo gemaakt dat het gebruik van een rekenmachine geen enkel voordeel oplevert.

1. Gegeven zijn de krommen $r_1(t) = \langle t, t^2, t^3 \rangle$ en $r_2(t) = \langle \sin t, \sin 2t, t \rangle$, met $t \in \mathbb{R}$.
- Bepaal de raaklijn aan de curve r_2 in het punt waar $t = \frac{1}{4}\pi$.
 - Stel een vergelijking op voor de hoek waaronder de krommen elkaar snijden in de oorsprong.

2. a. Bepaal de kritieke punten van de functie

$$f(x, y) = 2x^2 + 3y^2 - 4x - 5.$$

- b. Bepaal de extreme waarden van f op het gebied

$$x^2 + y^2 \leq 16$$

3. a. Schets het in de halfruimte $z \geq 0$ gelegen deel van de paraboloid $z = 1 - x^2 - y^2$,
- b. en bereken vervolgens de oppervlakte van dit deel van de paraboloid.

4. Het gesloten oppervlak S wordt gevormd door de zijvlakken van de kubus waarvan $(0, 0, 0)$, $(1, 0, 0)$, $(0, 1, 0)$ en $(0, 0, 1)$ vier hoekpunten zijn. De oriëntatie van S is met de naar buiten gerichte normaal.

- a. Bepaal met behulp van de divergentie stelling (Gauss)

$$\iint_S \mathbf{F} \cdot \mathbf{n} dS$$

als

$$\mathbf{F}(x, y, z) = (4xz, -y^2, yz)$$

- Bereken $\nabla \times \mathbf{F}$ (ook wel aangeduid met $\text{curl } \mathbf{F}$).
- Is \mathbf{F} een conservatief vectorveld?

zie andere zijde

5. Onderzoek de volgende reeksen op convergentie

a.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (n^3 + n^2 + 1)}{n!}$$

b.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{5n}{n^2 + 1} \right)^{3n}$$

6. Bereken

$$\iint_D \frac{(x-y)^2}{x+y} dA$$

met

$$D = \{(x, y) \mid x \geq 0, y \geq 0 \text{ en } 1 \leq x + y \leq 2\}$$

Maak hierbij gebruik van de transformatie

$$x = u + v, y = u - v.$$

- Beschrijf en teken het gebied D in het (u, v) -vlak.
Hint: Teken het domein in het x, y -vlak en bepaal eerst h
van D transformeert.
- Bereken de Jacobiaan van de transformatie.
- Transformeer de integraal naar u, v variabelen.
- Bereken de integraal.

Normering:

1a.	2	2a.	2	3a.	2	4 a.	4	5 a.	2	6a.	2
1b.	2	2b.	4	b.	4	b.	2	b.	2	6b.	1
						c.	3			6c.	2
										6d.	2

Totaal: $36 + 4 = 40$ punten