Tentamen Vectorcalculus II voor TW

Vakcode 201100104
17 April, 2013

- **Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.**
- **Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

1. Gebruik de methode van Lagrange om de extreme waarden van de functie
$$f(x,y,z) = 3x - y - 3z$$
onder de nevenvoorwaarden
$$x + y - z = 0 \quad \text{en} \quad x^2 + 2z^2 = 1$$
te bepalen.

2. Bereken de partiële afgeleiden $\frac{\partial x}{\partial y}$ en $\frac{\partial x}{\partial z}$ als
$$\ln(xy^3 + z) = \frac{z}{1 + xy}$$

3. De kromme C is gegeven door de vectorfunctie $\mathbf{r}(t) = t^3\mathbf{i} - t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ voor $0 \le t \le \pi$.
   (a) Bereken $\int_C \sqrt{18z^4 - 8y + 2}\, ds$
   (b) Bereken $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ met $\mathbf{F} = \sin x\,\mathbf{i} + \cos y\,\mathbf{j} + xz\,\mathbf{k}$.

4. Bereken de integraal
$$\int\int_R (x^2 - xy + y^2)dA$$
met R het gebied dat begrensd wordt door de ellips $x^2 - xy + y^2 = 2$.
Gebruik de transformaties
$$x = \sqrt{2}\,u - \sqrt{2/3}\,v, \quad y = \sqrt{2}\,u + \sqrt{2/3}\,v$$

5. Bereken $\int\int_S \sqrt{x^2+y^2}dS$ met het oppervlak S gegeven door de parametrisatie

$$\mathbf{r}(u,v) = u\cos v\,\mathbf{i} + u\sin v\,\mathbf{j} + \tfrac{2}{3}v^{\frac{3}{2}}\,\mathbf{k}$$

$0 \le u \le 1,\ 0 \le v \le 1.$

6. Gebruik de Stelling van Stokes om de integraal

$$\int\int_S \operatorname{curl}\mathbf{F}\cdot d\mathbf{S}$$

te berekenen. Het vectorveld $\mathbf{F}$ is gegeven door

$$\mathbf{F}(x,y,z) = x^2yz\,\mathbf{i} + yz^2\,\mathbf{j} + zx\,\mathbf{k}.$$

Het oppervlak S is het deel van de bol $x^2+y^2+z^2=5$ dat boven het vlak $z=1$ ligt. Het oppervlak S heeft een normaalvector die in de richting van de negatieve z-as wijst.

Puntentelling

1: 6	2: 6	3a: 3	4: 6	5: 6	6: 6
		3b: 3			
6	6	6	6	6	6

totaal 36+4=40 punten