

Tentamen

Inleiding Wiskundige Systeemtheorie (156056)

Datum: 11-05-2004

Plaats: WA 212

Tijd: 9:00–12:00

1. Beschouw

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A x + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_B u \\ y &= \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_C x\end{aligned}$$

- (a) Is het systeem waarneembaar?
- (b) Ontwerp een toestandsterugkoppeling $u = Fx$ voor het systeem zodanig dat $A + BF$ enkel eigenwaarden -1 heeft (drie maal).
- (c) Ontwerp een waarnemer voor het systeem, met eigenwaarden -1 (drie maal).
- (d) Geef een stabiliserende regelaar voor het systeem, samengesteld uit voorgaande twee onderdelen.

2. Zij $\alpha \in \mathbb{R}$. Stel een systeem met $w : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^3$ wordt beschreven door

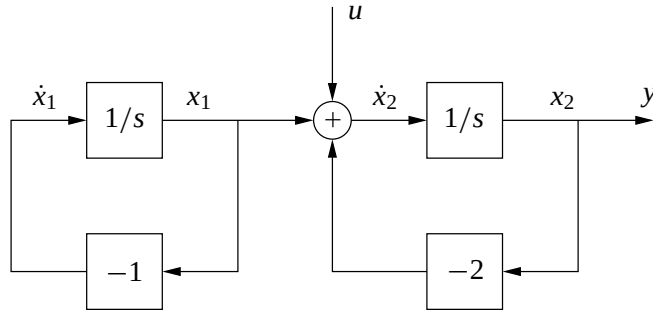
$$w_1^{(2)} + 3w_1^{(1)} + 2w_1 + w_2^{(2)} + w_2^{(1)} + 2w_3^{(1)} + \alpha w_3 = 0$$

- (a) Bepaal een polynoommatrix $R(\xi)$ zodanig dat het systeem wordt beschreven door $R(\frac{d}{dt})w = 0$ met $w = \begin{bmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \end{bmatrix}^T$.
- (b) Bepaal een i/s/o-representatie voor $u := \begin{bmatrix} w_2 \\ w_3 \end{bmatrix}$ en $y := w_1$.
- (c) Voor welke $\alpha \in \mathbb{R}$ is deze i/s/o-representatie niet regelbaar?

3. Beschouw het niet-lineaire systeem

$$\begin{aligned}\dot{x}_1 &= (x_1^2 + x_2^2 - 1)(x_1 + x_2) \\ \dot{x}_2 &= (x_1^2 + x_2^2 - 1)(-x_1 + x_2)\end{aligned}\tag{1}$$

- (a) Bepaal alle evenwichtspunten.
- (b) Lineariseer het systeem rond evenwichtspunt $x^* = (0, 0)$.
- (c) Is deze linearisatie asymptotisch stabiel?
- (d) Is het niet-lineaire systeem (1) asymptotisch stabiel rond evenwichtspunt $x^* = (0, 0)$?
- (e) Is het niet-lineaire systeem (1) asymptotisch stabiel rond evenwichtspunt $x^* = (1, 0)$?



4. Beschouw het systeem van bovenstaande figuur, gerepresenteerd middels hun overdrachtsfuncties.

- (a) Bepaal de overdrachtsfunctie van u naar y .
 (b) Is het systeem met toestand

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

regelbaar?

- (c) Stel $u(t) = 1 \forall t \in \mathbb{R}$. Bepaal $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t)$.

5. Geef de definitie van waarneembaarheid voor discrete-tijdsystemen

$$\begin{aligned} x(k+1) &= Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) &= Cx(k) + Du(k) \end{aligned} \quad (k \in \mathbb{Z})$$

6. Beschouw het discrete-tijdsysteem

$$y(k) = u^2(k) + u^2(k-3), \quad (k \in \mathbb{Z}, u(k), y(k) \in \mathbb{R})$$

- (a) Is het systeem lineair?
 (b) Bepaal een toestand voor dit systeem.

Puntenverdeling:

Opgave:	1(a)	1(b)	1(c)	1(d)	2(a)	2(b)	2(c)	3(a)	3(b)	3(c)	3(d)	3(e)	4(a)	4(b)	4(c)	5	6(a)	6(b)
Punten:	2	3	4	2	2	3	2	2	3	2	2	2	2	3	2	3	2	3

Tentamencijfer: $1 + 9p/p_{\max}$ met p het behaalde aantal punten, en $p_{\max} = 44$.