

## Make-up Examination

### Introduction to Investment Theory (191515603), 2013-2014

Date: 22-January-2014, 13:45 – 16:45

Full Marks : 30

All answers must be motivated

You may use an electronic calculator

Answers may be written in English or Dutch

Lots of success !

1. Mr. Jones is looking for an apartment available for immediate lease for a one year period. After searching for a while he found two apartments to his likings. The first one is from a private owner and asking for a monthly rent of 700 euros. The second one has monthly rent of 650 euros but he has to rent it via a rental agency which charges a (one-off) service fee to be paid immediately. Assume that the rent is due at the beginning of every period/month and the risk-free interest rate is 3% per annum, compounded every month. Use the (net) present value analysis to determine how much the service fee can be (the maximum value) so that it is still favourable for Mr. Jones to rent the second apartment. [4]
2. In a certain market the compounding (of interest) happens annually. At this moment, in this market, a 2-year 6% coupon bond (with a face value of \$100 and) with annual coupon payment has a yield (to maturity) of 4.2%. Furthermore, a 1-year zero coupon bond is selling at \$95.6.
  - (a) What is the (current) price of the coupon bearing bond? [2]  
*[If you do not find the answer in (a), assume it to be \$102.5748]*
  - (b) Find the spot rates  $s_1$  and  $s_2$ , for 1 year and 2 years, respectively. The rates should be quoted on annual basis and correct up to three decimal places or more. [3]  
*[If you do not find the answers in (b), assume  $s_1 = 0.045$  and  $s_2 = 0.044$ .]*
  - (c) A forward contract is being written today for the delivery of the coupon bearing bond a year later (after the first coupon has been paid). What forward price should be stated in the contract? [3]
3. We know from Markowitz Portfolio theory that one cannot improve/increase the expected return on an (already efficient) portfolio without making it riskier (i.e., without increasing the volatility). To strike a balance between these two characteristics of a portfolio an investor has decided to maximize the quantity

$$U_P := \bar{r}_P - 2\sigma_P^2,$$

where  $r_P$  is the rate of return of the portfolio  $P$ ,  $\bar{r}_P = E(r_P)$  and  $\sigma_P^2 = \text{Var}(r_P)$ .

The investor wants to create a portfolio consisting of a risky asset  $A$  and the risk-free asset  $f$ . The following characteristics are known:

$$\bar{r}_A = 0.12, \quad \sigma_A^2 = 0.0625, \quad \text{and} \quad r_f = 0.03.$$

Find the optimal portfolio for the investor.

[4]

4. Suppose that the company ExxonMobil has issued an oil-linked zero-coupon bond. This bond, which expires in one year, pays its owner \$1000 if the price of oil is greater than \$30/barrel on the maturity date, but only pays \$800 otherwise. Suppose this bond is actively traded in a secondary market, and the current price is \$850. At the same time, a standard discount bond (i.e., a zero-coupon bond) paying \$1000 in one year is trading for \$950.

(a) Define an appropriate two-dimensional state price model with the states “low” and “high”. Calculate the state prices. [1+3]

*[If you do not find the answers in (a), assume the state prices corresponding to the high and low state to be 0.30 and 0.40.]*

(b) What is the risk-neutral probability that the oil price will be higher than \$30 a year later? [1]

(c) ExxonMobil issues a second oil-linked bond that is identical to the first one, except that it pays only \$700 (in stead of 800) when oil price drops to \$30 or lower. How much should this bond sell for? [2]

5. The current price of a (non dividend paying) stock is \$19 and the price of a 3 month European call option on the stock with strike \$20 is \$1. Suppose the risk free rate is 4% per annum compounded continuously. Find the price of the 3 month European put on the same stock with strike \$20. [3]

*[Hint: Use the put-call-parity for the case of continuous compounding and a 3 month period. Recall that with one period analysis (and discrete compounding of interest) the formula is*

$$S = C - P + \frac{K}{1+r}$$

*and it is derived by considering the portfolio of buying a call, selling a put and putting some money in the bank.]*

6. I have an obligation to pay a big amount in 11 years. I decided to “hedge” the position by creating a portfolio of zero-coupon bonds maturing in 10 years and 15 years, making sure that the present value of my portfolio is the same as that of my obligation. But I hear from other friends that this is not enough and I should immunize the portfolio. Explain briefly but clearly what immunization is, why I may need it and how should I proceed with it. You may use hypothetical/concrete scenarios to explain the concept. [4]

<b>Final Grade:</b> $\frac{\text{score on exam}}{30} \times 9 + 1$ (rounded off to an integer)
--

1. Dhr. Jones zoekt een huurappartement om er vanaf nu een jaar in te wonen. Na wat zoekwerk vindt hij twee geschikte appartementen. De eerste kan hij direkt van de eigenaar huren voor een maandelijkse huur van 700 euro. De tweede heeft een huur van 650 per maand, maar omdat het huurcontract via een vastgoedmakelaar loopt, zijn er eenmalige kosten ("service fee") aan verbonden die hij meteen moet betalen. Neem aan dat de huur aan het begin van de maand betaald worden en de risico-vrije rente is 3% per maand (met jaarlijkse *compounding*). Gebruik de "Present Value" analyse om de maximale "service fee" te bepalen zodat het voor dhr. Jones gunstig is om het tweede appartement te huren. [4]
2. In een bepaalde markt wordt het samengestelde rendement op jaarbasis berekend ("yearly compounding"). Op dit moment heeft in deze markt een 2-jarig obligatie ("bond") met een nominale waarde ("face value") van \$100 en 6% jaarlijkse coupon een effectieve rendement ("yield-to-maturity") van 4.2%. Er is ook een 1-jarig *zero-coupon* obligatie te koop voor \$95.6.
  - (a) Bepaal de (huidige) prijs van de coupon gevende obligatie. [2]  
*[Indien niet gevonden, neem dan aan dat het antwoord van (a) \$102.5748 is.]*
  - (b) Bepaal (tot drie cijfers achter de komma nauwkeurig) de spot rentetarieven  $s_1$  en  $s_2$ , voor 1 jaar en 2 jaar, respectievelijk. Vermeld ze, zoals gebruikelijk, op jaarbasis. [3]  
*[Indien niet gevonden, neem dan aan dat  $s_1 = 0.045$  and  $s_2 = 0.044$ .]*
  - (c) Een termijncontract ("forward contract") wordt nu opgesteld om de coupon gevende obligatie een jaar later te leveren (pas na de betaling van de eerste coupon). Welke termijnprijs ("forward price") moet in het contract vermeld staan? [3]
3. Zoals bekend uit Markowitz Portfolio theorie is het niet mogelijk om een beter/hoger verwacht rendement te krijgen dan een efficiënte portfolio zonder meer risico te nemen (dwz zonder de volatiliteit te verhogen). Om een goed evenwicht te vinden tussen deze twee karakteristieken van een potfolio heeft een investeerder besloten om de volgende doelfunctie te maximalizeren:

$$U_P := \bar{r}_P - 2\sigma_P^2,$$

waarbij  $r_P$  het rendement is van de portfolio  $P$ ,  $\bar{r}_P = E(r_P)$  en  $\sigma_P^2 = \text{Var}(r_P)$ .

De investeerder wil een portfolio construeren bestaande uit een risico-volle *asset*  $A$  en een risico-vrije *asset*  $f$ . Bekend zijn de volgende karakteristieken:

$$\bar{r}_A = 0.12, \quad \sigma_A^2 = 0.0625, \quad \text{en} \quad r_f = 0.03.$$

Bepaal de optimale portfolio voor de investeerder. [4]

4. Het bedrijf ExxonMobil heeft een olie-gerelateerde zero-coupon obligatie uitgebracht. Deze obligatie met een looptijd van 1 jaar betaalt de houder \$1000 indien de olieprijs op de verloopdatum hoger is dan \$30/vat, anders betaalt het slechts \$800. Veronderstel dat deze obligatie in een secundaire markt actief verhandeld wordt met prijs \$850. Er is ook een gewone zero-coupon obligatie te koop in deze markt voor een prijs van \$950 die na een jaar \$1000 betaalt.
- (a) Definieer een geschikt twee-dimensionaal “state price” model met de *states* “low” en “high”. Bepaal de bijbehorende *state* prijzen (“state prices”). [1+3]  
*[Indien niet gevonden, neem dan aan dat de state prijzen 0.30 en 0.40 zijn voor “high” en “low” states, respectievelijk.]*
- (b) Wat is de risico-neutrale kans dat een jaar later de olieprijs hoger is dan \$30? [1]
- (c) ExxonMobil brengt een tweede olie-gerelateerde obligatie uit in de markt die identiek is aan de eerste behalve dat het slechts \$700 (in plaats van 800) betaalt als de olieprijs zakt tot \$30 of minder. Wat moet de verkoopprijs voor deze obligatie zijn? [2]
5. De huidige prijs van een (niet-dividend-uitkerend) aandeel is \$19. De prijs van de *call* optie op dit aandeel met een *strike price* van \$20 en een vervaldatum van 3 maanden is \$1. Neem aan dat de risico-vrije rente 4% per jaar is maar continu samengesteld (“compounded continuously”). Bepaal de prijs van de *put* optie op hetzelfde aandeel met dezelfde vervaldatum (na 3 maanden) en dezelfde *strike price* van \$20. [3]  
*[Hint: Gebruik de “put-call-parity” in het geval dat de rente continu samengesteld wordt en de vervelperiode 3 maanden is. Herinner dat de formule voor één periode (en met niet-continu samengestelde rente) gegeven is door*

$$S = C - P + \frac{K}{1+r}$$

*en dit is afgeleid uit het analyseren van de portfolio bestaande uit het kopen van een call, het verkopen van een put en het investeren van wat contant geld in de bank.]*

6. Ik heb een verplichting om 11 jaar later een groot bedrag te betalen. Ik dacht mijn positie te hedgen door het bouwen van een portfolio bestaande uit twee types zero-coupon obligaties, het eerste type met een looptijd van 10 jaar en de tweede van 15 jaar en door ervoor te zorgen dat de huidige contante waarde (“present value”) van de portfolio gelijk is aan die van mijn verplichting. Ik hoor echter van mijn vrienden dat dit niet genoeg is en ik een immunisatie moet toepassen. Verklaar kort maar duidelijk wat immunisatie (“immunization”) van een portfolio betekent, waarom het nodig is en hoe pak ik dit aan. Je mag hypothetische/concrete scenario’s gebruiken om het begrip uit te leggen. [4]

<p><b>Eindcijfer:</b> <math>\frac{\text{behaalde punten}}{30} \times 9 + 1</math> (afgerond tot een geheel getal)</p>
---