

Afdeling der Toegepaste Wiskunde

Kenmerk : NWM/toets/T1-061206

Datum : 30 november 2006

Numerieke Wiskunde en Modelleren (154027)

deeltoets 1, 6 december, 8.30 – 10.00 uur.

Vermeld a.u.b. uw studentnummer op het tentamenbriefje.

Motiveer al uw antwoorden.

1. (a) Wat is de uitdrukking voor het conditiegetal van het probleem: "bereken de waarde van de functie f in een bepaald punt x "?

Bereken dit conditiegetal indien f gegeven wordt door

$$f(x) = \tan x \left(\equiv \frac{\sin x}{\cos x} \right)$$

- (b) Stel dat we de waarde van $x = 0.68$ verkregen hebben uit een meting, maar dat er mogelijk een absolute fout van 0.01 op zit. Nu willen we $f(x)$ bepalen.

(b1) Hoe groot is in dit geval het conditiegetal?

(b2) Wat kun je uit (b1) concluderen omtrent de relatieve fout die mogelijk gemaakt wordt in het berekenen van $f(x)$ bij dit meetpunt?

2. We proberen de limiet S

$$S = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\pi x + x^3/\pi)}{x}$$

numeriek te bepalen. Daarom bepalen we $S(x)$ met

$$S(x) = \frac{\tan(\pi x + x^3/\pi)}{x}$$

voor verschillende waarden van x . Dit levert de volgende tabel op:

x	numerieke waarde $S(x)$
0.1250000	3.3195370
0.0625000	3.1838906
0.0312500	3.1520388
0.0156250	3.1441963
0.0078125	3.1422431

- (a) Bepaal uit de gegevens de orde van dit numerieke proces, m.a.w. bepaal de waarde van p in de relatie

$$S(x) = S + a_p x^p + O(x^{p+1}).$$

- (b) Bepaal door éénmaal te extrapoleren een verbeterde benadering van S , inclusief foutschatting.

- (c) Verklaar de waarde van p , gevonden in (a) door gebruikmaking van de stelling van Taylor (zie stelling 0.2 in het dictaat) voor de tangensfunctie.
- (d) Hoe vaak zou je de bewerkingen in delen (a) en (b) nog op een zinnige manier kunnen herhalen om het resultaat nog te verbeteren?

De waarden van de opgaven:

Opg. 1a: $1/4$ punt, opg. 1b: $1/4$ punt, opg. 2a: $1/4$ punt, opg. 2b: $1/4$ punt, opg. 2c: $1/4$ punt, opg. 2d: $1/4$ punt, dus in totaal $1 \frac{1}{2}$ punt.

Deze deoltoets is met goed gevolg afgerond als tenminste $3/4$ punt is behaald.