Kenmerk: EWI12/TW/SOR/RB/029
Datum: 25 June 2012

Tentamen Stochastische Modellen in Operations Management (191530881)
Dinsdag 26 juni 2012, 13:45 – 16:45 uur

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven.
Eindcijfer = (aantal behaalde punten+10)/10.
Vermeld ook uw studentnummer op uw werk.

Opgave 1 (15 punten)
Z. Eiler heeft dringend binnen 4 weken geld nodig, en wil daartoe zijn boot verkopen binnen maximaal 4 weken. In de komende vier weken ontvangt Eiler wekelijks een bod. Stel dat op grond van ervaringen van de door Eiler ingeschakelde bemiddelaar de kansverdelingen van de hoogten van boden op vergelijkbare boten (in duizenden Euro's) in de vier achtereenvolgende weken gegeven worden in de volgende tabel.

bod	1e week	2e week	3e week	4e week
140	0.4	0.5	0.4	0.6
144	0.4	0.5	0.3	0.2
148	0.2	0.0	0.3	0.2

Na ieder bod beslist Eiler of hij het bod accepteert of niet. Als Eiler het bod niet accepteert vervalt het bod. Heeft Eiler de boden in de eerste drie weken afgewezen dan is hij verplicht het bod in de vierde week te accepteren. Eiler wil de verwachte verkoopprijs maximaliseren.

a) [5 pt] Formuleer het probleem als een stochastisch dynamisch programmeringsprobleem. Definieer de fasen, toestanden, beslissingen, en de optimale waardefunctie.
b) [10 pt] Bepaal met behulp van dynamisch programmeren de optimale verkoopstrategie. Hoe groot is de optimale verwachte verkoopprijs?

Opgave 2 (25 punten)
Iedere dag bezit u 0 of 1 aandeel van een fonds. De dagprijs voor dit aandeel is een stochastisch proces dat gemodelleerd wordt door een Markov keten met overgangskansen zoals in de tabel

		dag n+1	
		100	200
dag n	100	0.5	0.5
	200	0.25	0.75

Aan het begin van een dag waarop u een aandeel bezit kunt u kiezen tussen: verkopen tegen de geldende dagprijs of behouden. Als u aan het begin van een dag geen aandeel bezit, kunt u kiezen tussen het kopen van een aandeel tegen de geldende prijs of niet kopen. U heeft een startkapitaal van 200.

Uw doel is de verwachte contante waarde van de winst te maximaliseren over een oneindige horizon, bij een disconteringsfactor (op dagbasis) van 0.8.

a) [3 pt] Definieer de toestanden en geef per toestand de mogelijke beslissingen.
b) [4 pt] Formuleer de optimaliteitsvergelijkingen.
c) [5 pt] Voer twee iteraties uit van het Waarde-iteratie algoritme.
d) [3 pt] Hoeveel stationaire politieken zijn er? (Verklaar uw antwoord door gebruik te maken van de definitie van een stationaire politiek).
e) [6 pt] Kies zelf een stationaire politiek en onderzoek m.b.v. het strategie of politiek-iteratie algoritme (policy iteration) of de door u gekozen politiek optimaal is.
f) [4 pt] Formuleer een L.P.-model waarmee dit probleem opgelost kan worden. Beschrijf hoe in principe uit de oplossing van dit L.P.-model de optimale politiek gevonden wordt.

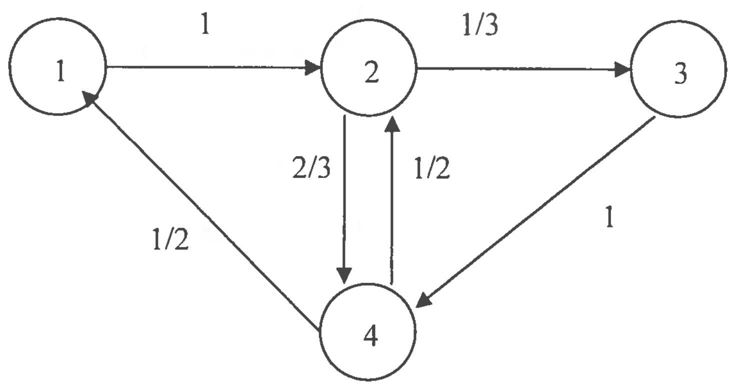
Opgave 3 (25 punten)
Beschouw een wachtsysteem met 1 loket, waar groepjes klanten arriveren. De groepjes arriveren volgens een Poissonproces met intensiteit λ. De groepsgrootte is 1 met kans p en 2 met kans 1-p. Alle klanten worden individueel bediend. De bedieningsduren zijn exponentieel verdeeld met gemiddelde μ^{-1}. De bedieningsduren zijn onderling onafhankelijk en onafhankelijk van het aankomstproces. Het systeem kan maximaal 3 klanten bevatten. Is het systeem vol of kunnen in het geval dat een groepje van twee klanten arriveert niet beide klanten naar binnen, dan gaan deze klanten verloren en komen niet meer terug.
Laat $Z(t)$ het aantal klanten zijn op tijdstip t.

(a) [3 pt] Verklaar waarom $\{Z(t), t\geq 0\}$ een Markovproces is en geef het overgangsintensiteitendiagram.
(b) [4 pt] Geef de evenwichtsvergelijkingen (balansvergelijkingen) voor de stationaire kansen P_n, n=0,1,2,3.
(c) [4 pt] Bereken de kansen P_n, n=0,1,2,3.

De antwoorden op de volgende vragen mogen uitgedrukt worden in de kansen P_n (behalve vraag (h)).

(d) [2 pt] Geef een uitdrukking voor het gemiddeld aantal wachtende klanten.
(e) [2 pt] Hoe groot zijn de binnenkomst- en vertrekintensiteit?
(f) [2 pt] Geef een uitdrukking voor de gemiddelde wachttijd van een klant.
(g) [2 pt] Hoe groot is de bezettingsgraad van het loket?
(h) [2 pt] Wat is de gemiddelde lengte van een 'idle period', d.w.z. een aaneengeschakelde periode zonder klanten in het systeem.
(i) [2 pt] Bepaal uit (g) en (h) de verwachte lengte van de bezetperiode (= minstens 1 klant in het systeem).
(j) [2 pt] Hoe groot is de binnenkomstintensiteit van groepjes van 2 klanten.

Opgave 4 (25 punten)
Beschouw de Markov keten uit onderstaande figuur. De getallen langs de pijlen geven de overgangskansen tussen de vier toestanden.



a) [4 pt] Bepaal de stationaire kansverdeling van deze Markov keten.
b) [4 pt] Bepaal het verwachte aantal overgangen dat nodig is om vanuit toestand 1 voor het eerst toestand 4 te bereiken, en het verwachte aantal overgangen dat nodig is om vanuit toestand 4 voor het eerst toestand 1 te bereiken.

Beschouw de Markov keten nu als gesloten netwerk van wachtrijen. We spreken nu van stations in plaats van toestanden. Ieder station bezit één server, en iedere aankomende klant kan worden opgenomen in de wachtrij. Bediening is in volgorde van binnenkomst. De bedieningsduren bij de stations zijn exponentieel verdeeld, en de verwachte bedieningsduren in de vier stations zijn respectievelijk 4, 3, 2, en 1 minuut.

c) [6 pt] Bepaal m.b.v. het algorithme van Buzen voor een netwerk dat twee klanten bevat de kans dat er (n_1,n_2,n_3,n_4) klanten aanwezig zijn bij de verschillende stations. [Let op: geef niet alleen het algorithme, maar ook de kansverdeling]
d) [7 pt] Bepaal m.b.v. Mean Value Analyse het verwachte aantal klanten en de verwachte verblijftijd in de vier stations voor het geval waarin het netwerk 1 klant bevat en voor het geval waarin het netwerk 2 klanten bevat.
e) [4 pt] Wat is de bezettingsgraad van station 1 voor het geval waarin het netwerk 1 klant bevat en voor het geval waarin het netwerk 2 klanten bevat?