SMOM – Tentamen 14-06-2005 – Uitwerking van opgave 1,2 en 4.

Opgave 1

a.
SDP probleem:
Fasen n: N={1=A, 2=B, 3=C}
Toestanden i: resterende dagen voor fase n en verder S={0,1,2,3,4,5}
Beslissingen d: hoeveel dagen besteden aan vak n, $D_n(i)=\{x \mid 0 \le x \le i\}$
Optimale waardefunctie: minimaal verwachte kans op geen gehaald vak voor vakken n en i resterende dagen.

b.
$$V_n(i) = \min_{d_n \in D_n}\{r_n(d_n) * V_{N+1}(i-d_n)\}$$
$D_n(i)=\{x \mid 0 \le x \le i\}$ (in toestand i kan je nog 0-i dagen besteden aan vakken n, n+1,..., N).

In de laatste fase (fase 3/Vak C) besteed je alle resterende tijd:
V3(0)=.90 V3(2)=.55 V3(4)=.35
V3(1)=.70 V3(3)=.45 V3(5)=.30

Directe opbrengst:
$r_n(d_n)$ = faalkans = 1-slaagkans voor vak n met d_n dagen besteed (uitlezen uit de tabel uit de opgave).

Alle kansen zijn dus: 1 – slaagkans. Een ander manier van oplossen is de slaagkans maximaliseren. (Hier wordt de faalkans geminimaliseerd!).

c.

$V_n(i)$	Vak A = 1	Vak B = 2	Vak C = 3
I=0	x	.675 (d=0)	.90
I=1	x	.450 (d=1)	.70
I=2	x	.350 (d=1)	.55
I=3	x	.270 (d=3)	.45
I=4	x	.210 (d=3)	.35
I=5	.0875 (d=3)	.165 (d=3)	.30

Tabel verder invullen:

V2(5)=min{ d=0: .75*.30=.225
d=1: .50*.35=.175
d=2: .40*.45=.180
d=3: .30*.55=.165*
d=4: .25*.70=.175
d=5: .20*.90=.180

V2(4)=min{ d=0: .75*.35=.2625
d=1: .50*.45=.225
d=2: .40*.55=.220
d=3: .30*.70=.210*
d=4: .25*.90=.225

V2(3)=min{ d=0: .75*.45=.3375
d=1: .50*.55=.275
d=2: .40*.70=.280
d=3: .30*.90=.270*

V2(2)=min{ d=0: .75*.55=.4125
d=1: .50*.70=.350*
d=2: .40*.90=.360

V2(1)=min{ d=0: .75*.70=.5250
d=1: .50*.90=.450*

V2(0)=min{ d=0: .75*.90=.6750*

V1(5)=min{ d=0: .80*.165=.1320
d=1: .60*.210=.1260
d=2: .40*.270=.1080
d=3: .25*.350=.0875*
d=4: .20*.450=.090
d=5: .15*.675=.1013

Dus: besteed 3 dagen aan vak A, 1 aan vak B en 1 aan vak C. De kans dat je geen enkel vak haalt is dan 8,75%.

Opgave 2

a. MDP

Toestanden i: voorraad begin van de week S={0,1,2}

Beslissingen d: bestelling D_0={0,1,2}, D_1={0,1}, D_2={0}

Directe kosten: r(i,d)

Overgangskansen: p(j|i,d)

				p(j|i,d)		
i	D	Nabestelling	r(i,d) = best. Kost+kosten nabest.	J=0	J=1	J=2
0	0	0,1,2	0 + ¼*0+½*240+¼*240 = 180	1	0	0
0	1	0,1	80+1*80 + ½*0+¼*240 = 220	¾	¼	0
0	2	0	80+2*80 + 0 = 240	¼	½	¼
1	0	0,1	0 + ½*0+¼*240 = 60	¾	¼	0
1	1	0	80+1*80 + 0 = 160	¼	½	¼
2	0	0	0 + 0 = 0	¼	½	¼

b. Optimale waarde functie: $V(i) = \min_{d \in Di}\left\{ r(i,d) + \beta \sum_{j \in S} p(j \mid i,d) V(j) \right\}$

Uitwerken:

V(0)=min{ d=0: 180+0,8V(0)
d=1: 220+0,6V(0)+0,2V(1)
d=2: 240+0,2V(0)+0,4V(1)+0,2V(2)

V(1)=min{ d=0: 60+0,6V(0)+0,2V(1)
d=1: 160+0,2V(0)+0,4V(1)+0,2V(2)

V(2)= d=0: 0+0,2V(0)+0,4V(1)+0,2V(2)

c.

V1(0)=min{ d=0: 180 *
d=1: 220
d=2: 240

V1(1)=min{ d=0: 60 *
d=1: 160

V1(2)= d=0: 0 *

Er wordt niets besteld in V1(i).

V2(0)=min{ d=0: 180+0,8*(1*180)=324
d=1: 220+0,8*(3/4*180+1/4*60)=340
d=2: 240+0,8*(1/4*180+1/2*60+1/4*0)=300*

V2(1)=min{ d=0: 60+0,8*(3/4*180+1/4*60)=180*
d=1: 160+0,8*(1/4*180+1/2*60+1/4*0)=220

V2(2)=min{ d=0: 0+0,8*(1/4*180+1/2*60+1/4*0)=60*

Bestel er 2 bij voorraad 0 anders bestel niets.

d. Doe een stuk policy iteration totdat je Vδ(0) kan bereken met δ={2,0,0}
Dus stelsel van vergelijkingen Vδ(i) opstellen en oplossen.

Vδ(0)=240 + 0,8 * (¼Vδ(0)+½ Vδ(1)+¼ Vδ(2))
Vδ(1)=60 + 0,8 * (¾Vδ(0)+¼ Vδ(1))
Vδ(2)=0 + 0,8 * ((¼Vδ(0)+½ Vδ(1)+¼ Vδ(2))=Vδ(0)-240

.8Vδ(1)=60 + 0,6Vδ(0)
Vδ(0)=240 + 0,2Vδ(0) + 30+0,3Vδ(0) + 0,20Vδ(0)-48=740

Oplossen levert:
Vδ(0)=740

e. Policy iteration.

1 Kies policy δ
Bepaal $V\delta(i)$=
Los dit stelsel op

2 Politiek verbetering:
Bereken $T\delta(i)$= voor alle i uit S
Als voor 1 politiek geldt: $T\delta(i)<V\delta(i)$ (kleiner dan vanwege minimalisatie) dan politiek niet optimaal. Kies nieuwe politiek δ' met voor iedere i beslissing wat $T\delta(i)$ minimaal maakt, ga verder met deze politiek in stap 1
Als $T\delta(i)=V\delta(i)$ dan is δ de optimale politiek

Opgave 4

a.
$\pi_1=14+0{,}25\ \pi_2$
$\pi_2=0{,}5\ \pi_1$
$\pi_3=0{,}5\ \pi_1+0{,}75\ \pi_2$

$\pi_1=14+1/8\ \pi_1=14*8/7=16$
$\pi_2=8$
$\pi_3=8+6=14$

Stationariteitsvoorwaarde:
$\rho_i=\pi_i/\mu_i<1$ voor alle i
$\rho_1=16/20<1$
$\rho_2=8/12<1$
$\rho_3=14/18<1$

b. (Onzeker over juistheid van dit antwoord)
Kansverdeling van de wachtrijlengte van station 3 is geometrisch verdeeld met parameter $\pi_i/\mu_i=14/18$

c. (Onzeker over juistheid van dit antwoord)
$\rho_2=8/12$

d.

Verwachte aantal jobs bij station i: $L_i=\dfrac{\lambda_i}{\mu_i-\lambda_i}$

$L_1=16/(20-16)=4$
$L_2=8/(12-8)=2$
$L_3=14/(18-14)=3{,}5$

In totaal zijn er 9,5 jobs in het systeem

$W=L/\lambda=9{,}5/14=0{,}679$ uur = 40,7 minuten.

e.
Nee, dat klopt niet. In eerste instantie zit station 2 aan zijn max 8+4=12 jobs en dat ook het aantal dat het kan bewerken. Echter er wordt vergeten dat via station 1 nog meer jobs naar station 2 komen ($2/7\ r_2$). Enig rekenwerk laat zien dat de nieuwe $\pi_2=12\ 4/7$ wordt
$\rho_2=12\ 4/7\ /12>1$...
r_2 moet kleiner zijn dan 3 1/9
($\pi_2<12 \rightarrow \pi_1<14+1/8\ \pi_1+1/8\ r_2<16+2/7\ r_2 \rightarrow 12<8+1\ 2/7\ r_2 \rightarrow r_2<3\ 1/9$)

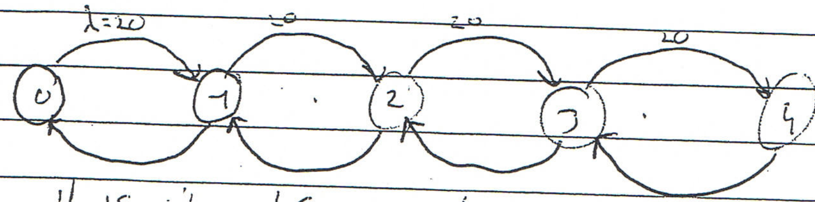
Oefenen
tentamen 14 juni 2005

SMOM

(3)

opgave 3

a.



$\frac{1}{2} \cdot 15 = 7\frac{1}{2}$ 45 45 45

$\frac{1}{2} \cdot 30 = 15$

$22\frac{1}{2}$

b. $20 P_0 = 22\frac{1}{2} P_1$

$42\frac{1}{2} P_1 = 20 P_0 + 45 P_2$

$65 P_2 = 20 P_1 + 45 P_3$

$65 P_3 = 20 P_2 + 45 P_4$

$45 P_4 = 20 P_3$

$P_1 = \frac{8}{9} P_0$

$P_2 = \frac{32}{81} P_0$

$P_3 = \frac{128}{729} P_0$

$P_4 = 0{,}0780365\ldots P5$

$P_0 + P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1 \Rightarrow 2{,}537570493\, P_0 = 1$

$P_0 = 0{,}3941$
$P_1 = 0{,}3503$
$P_2 = 0{,}1557$
$P_3 = 0{,}0692$
$P_4 = 0{,}0308$

1

c. $W_q = \frac{L_q}{\lambda} = \frac{L_q = P_3 + 2P_4}{20}$

d. $P_4 \cdot \lambda$

e. ~~[illegible]~~ $1 - P_0 - \frac{1}{2} P_0$

f. $(1 - P_0 - \frac{1}{2} P_0) \cdot \lambda$ $= 13{,}07$

$35 P_1 + 30 P_2 + 30 P_3 + 30 P_4 = 12{,}92$

g. $P_2 + P_3 + P_4$ × 60 min