Kenmerk: EWI2004/TW/SOR/044/RB/tk
Datum: 10 March 2004

Tentamen Stochastische Modellen in Operations Management (153088)
Woensdag 17 maart 2004, 9:00 – 12:00 uur

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven.
Eindcijfer = (10 + aantal behaalde punten)/10.
Vermeld ook uw studentnummer op uw werk.

DP. eindige horizon § 3.2.4 ?

Opgave 1 (20 punten)
G. Okker heeft € 10000 beschikbaar voor een kleine tweede hands auto. Hij is echter meer geïnteresseerd in een snelle bolide die hij tweede hands kan aanschaffen voor € 25000. Okker heeft het geld voor deze auto snel nodig. Middels een gokspelletje wil hij proberen zijn kapitaal te vergroten tot € 25000. Hiertoe kan hij meedoen met een spel waarbij hij drie maal mag gooien met een onzuivere munt (kans 0.4 op kop). Voor iedere worp mag hij ieder bedrag inzetten (maar niet meer dan zijn bezit). Okker wint het bedrag van zijn inzet indien hij kop gooit, en is het bedrag van zijn inzet kwijt bij munt. Gebruik stochastische dynamische programmering om een strategie te bepalen die de kans op ten minste € 25000 na drie worpen maximaliseert.

(a) Benoem de fasen n, toestanden i, beslissingen d, en optimale waardefunctie $f_n(i)$ behorende bij dit stochastische dynamische programmeringsprobleem.
(b) Teken de beslisboom.
(c) Geef de recurrente betrekkingen voor de optimale waardefunctie.
(d) Bepaal de optimale politiek en beschrijf in woorden wat deze inhoudt. Wat is de verwachte winstkans?

Markov LP oneindige horizon

Opgave 2 (25 punten)
De voorraad van een artikel wordt periodiek gecontroleerd. Indien een bestelling wordt geplaatst ter grootte $x>0$ (geheel) bedragen de bestelkosten $8+2.x$. De levertijd wordt nul verondersteld. De vraag in een periode is stochastisch en bedraagt 1 of 2 ieder met kans ½ . De vragen in opeenvolgende perioden zijn onderling onafhankelijk. De grootte van de bestelling moet zodanig zijn dat (a) steeds aan de vraag in een periode moet kunnen worden voldaan en (b) de eindvoorraad in een periode nooit meer dan 2 bedraagt. De voorraadkosten in een periode bedragen 2 per eenheid resterend aan het eind van een periode. Het doel is de verwachte verdisconteerde kosten over een oneindige horizon te minimaliseren (disconteringsfactor 0.8).

(a) Geef de optimaliteitsvergelijkingen voor dit Markovbeslissingsprobleem.
(b) Geef een LP-model waarmee de optimale politiek bepaald kan worden.
(c) Geef twee iteraties van het waarde-iteratie algoritme ("value iteration")
(d) Kies een bestelpolitiek en onderzoek m.b.v. het strategie(politiek-)iteratie algoritme ("policy iteration") of deze politiek optimaal is.

wachtrij: Markov. gebo sterftep of open netwe

Opgave 3 (25 punten)
Beschouw een wachtsysteem met 1 loket, waar groepjes klanten arriveren. De groepjes arriveren volgens een Poissonproces met intensiteit λ. De groepsgrootte is 1 met kans p en 2 met kans 1-p. Alle klanten worden individueel bediend. De bedieningsduren zijn exponentieel verdeeld met gemiddelde μ^{-1}. De bedieningsduren zijn onderling onafhankelijk en onafhankelijk van het aankomstproces. Het systeem kan maximaal 3 klanten bevatten. Is het systeem vol of kunnen in het geval dat een groepje van twee klanten arriveert niet beide klanten naar binnen, dan gaan deze klanten verloren en komen niet meer terug.
Laat Z(t) het aantal klanten zijn op tijdstip t.

(a) Verklaar waarom $\{Z(t), t\geq 0\}$een Markovproces is en geef het overgangsintensiteitendiagram.
(b) Geef de evenwichtsvergelijkingen (balansvergelijkingen) voor de stationaire kansen P_n, n=0,1,2,3.
(c) Bereken de kansen P_n, n=0,1,2,3.

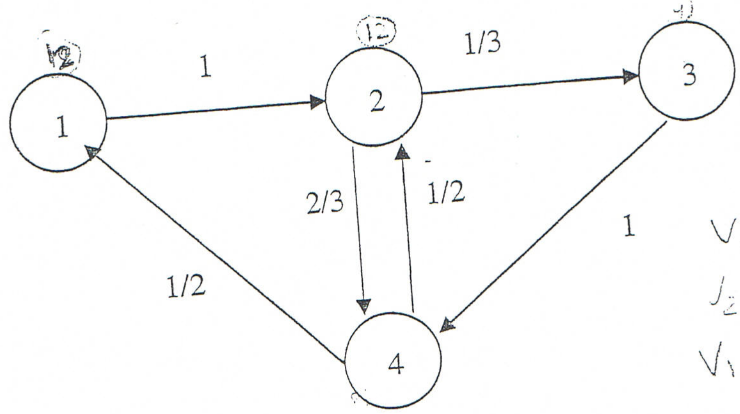
De antwoorden op de volgende vragen mogen uitgedrukt worden in de kansen P_n (behalve vraag (h)).

(d) Geef een uitdrukking voor het gemiddeld aantal wachtende klanten.
(e) Hoe groot zijn de binnenkomst- en vertrekintensiteit?
(f) Geef een uitdrukking voor de gemiddelde wachttijd van een klant.
(g) Hoe groot is de bezettingsgraad van het loket?
(h) Wat is de gemiddelde lengte van een 'idle period', d.w.z. een aaneengeschakelde periode zonder klanten in het systeem.
(i) Bepaal uit (g) en (h) de verwachte lengte van de bezetperiode (= minstens 1 klant in het systeem).
(j) Hoe groot is de binnenkomstintensiteit van groepjes van 2 klanten.

wachtrij-theorie.

gesloten netwerk.

Opgave 4 (20 punten)
Beschouw het gesloten netwerk uit onderstaande figuur. De getallen langs de pijlen geven de overgangskansen tussen de vier stations. Ieder station bezit één server, en iedere aankomende klant kan worden opgenomen in de wachtrij. Bediening is in volgorde van binnenkomst. De verwachte bedieningsduren in de vier stations zijn respectievelijk: $\mu_1=4$, $\mu_2=3$, $\mu_3=2$, $\mu_4=1$.



$V_1 + V_2 = V_3 + V_4 =$

$V_2 = V_1 + \frac{1}{2} V_4 = 2 \cdot V_4 = 3 V_3$

$V_1 = \frac{1}{2} V_4$

(a) Bepaal de samengestelde verdeling van de aantallen klanten in de vier stations voor m=1, 2, en 3 (m=totaal aantal klanten in het systeem) in de stationaire toestand.
(b) Bepaal m.b.v. Mean Value Analyse het verwachte aantal klanten en de verwachte verblijftijd in de vier stations (in de stationaire toestand) voor m=1, 2 en 3.
(c) Bepaal voor m=1 de verwachte terugkeertijd (verwachte aantal stappen om voor het eerst terug te keren) voor een klant bij station 1.