

**Tentamen Stochastische Modellen in Operations
Management (153088)
Vrijdag 14 januari 2005, 9:00 – 12:00 uur**

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven.
Eindcijfer = $(10 + \text{aantal behaalde punten})/10$.
Vermeld ook uw studentnummer op uw werk.

Opgave 1 (20 punten)

Piet bezit aandelen van een beursgenoteerd bedrijf. De huidige prijs van het aandeel bedraagt € 80,-. Gemakshalve gaan we er vanuit dat bij iedere dag één prijs hoort. Piet wil de aandelen uiterlijk binnen vier dagen verkopen en moet dus beslissen of hij zijn aandelen nu verkoopt of dat hij 1, 2 of 3 dagen wacht met verkopen. De effectenmarkt fluctueert sterk en Piet denkt dat de prijs van dag op dag hetzij met € 20,- stijgt of met € 20,- daalt. De kansen op deze veranderingen worden door hem als volgt ingeschat (de huidige dag is dag 1)

dag	kans op stijging	kans op daling
2	p	1-p
3	1/2	1/2
4	4/5	1/5

Op dag 2 is de prijs dus € 100,- met kans p of € 60,- met kans 1-p, enz. Gezocht wordt de optimale beslissing op de eerste dag als functie van p ($0 \leq p \leq 1$), welke de verwachte verkoopprijs maximaliseert.

- a) Formuleer het probleem als een stochastisch dynamisch programmeringsprobleem. Wat kiest u als
 - (i) fasen (beslissingsmomenten)
 - (ii) toestanden
 - (iii) beslissingen
 - (iv) optimale waardefunctie
- b) Geef de D.P. recursie voor de optimale waardefunctie.
- c) Bepaal (via D.P.) de optimale beslissing op dag 1 als functie van p. Hoe groot is de maximale verwachte verkoopprijs voor $p = 1/4$?

Opgave 2 (25 punten)

Een machine kan zich in drie toestanden bevinden: "goed", "matig" en "slecht". Bevindt de machine zich aan het begin van de week in de toestand "goed" (resp. "matig") dan wordt die week een opbrengst verkregen van € 100,- (resp. € 50,-). Is de toestand "slecht" dan krijgt de machine een grote beurt, tegen kosten € 200,-, en is de machine een week uit roulatie, waarna hij zich aan het begin van de volgende week in de toestand "goed" bevindt. In de toestand "goed" kan gedurende de week klein onderhoud worden gepleegd, tegen kosten € 50,-. In dit geval blijft de opbrengst in de betreffende week ongewijzigd, maar is de toestand aan het begin van de volgende week met zekerheid: "goed". Is de toestand aan het begin van een week "matig" dan kan de machine een week uit roulatie genomen worden en tegen kosten € 100,- aan het begin van de volgende week in toestand "goed" worden gebracht.

Worden geen onderhoudswerkzaamheden verricht dan verloopt de toestand volgens de overgangskansen in onderstaande tabel.

		toestand volgende week		
		goed	Matig	slecht
Toestand huidige week	goed	0.8	0.2	-
	matig	-	0.5	0.5

Het optimaliteitscriterium is de contante waarde van de netto verwachte opbrengsten, met verdisconteringsfactor $\alpha=1/2$.

- Geef de optimaliteitsvergelijkingen.
- Geef twee iteraties van het waarde-iteratie algoritme.
- Kies een onderhoudsstrategie en onderzoek m.b.v. het policy-iteratie algoritme of deze politiek optimaal is.
- Geef een L.P. model waarmee de optimale politiek bepaald kan worden. Vindt deze politiek door het L.P. model grafisch op te lossen.

Opgave 3 (25 punten)

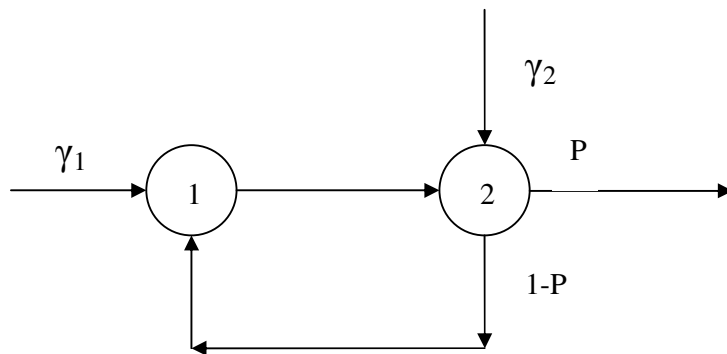
Een continu bedrijf produceert goederen op een 3-tal identieke machines. Per machine is de productie 1000 stuks per dag. Elke machine is aan storingen onderhevig. Het verhelpen van een storing gebeurt door een monteur. De daarmee gemoeide reparatietijd kent een exponentiële verdeling met een gemiddelde van 1 dag. Na het verhelpen van een storing is een machine weer als nieuw.

De tijd tot het optreden van een storing vanaf het in gebruik nemen van een gerepareerde machine heeft een exponentiële kansverdeling met een gemiddelde van 4 dagen. Voor het onderhoud zijn 2 gelijkwaardige monteurs beschikbaar.

- Definieer de 4 toestanden waarin dit systeem zich kan bevinden.
- Teken een toestandsdiagram waarin de overgangsintensiteiten tussen de verschillende toestanden zijn aangegeven.
- Bereken de fracties van de tijd waarmee het systeem zich in elk van de toestanden bevindt.
- Wat is de bezettingsgraad van de onderhoudsafdeling?
- Wat is het verwachte aantal machines in storing?
Wat is de gemiddelde dagproductie?
- Wat is de frequentie van optreden van storingen in het systeem als geheel?

Opgave 4 (20 punten)

Beschouw een open exponentieel netwerk bestaande uit 2 stations als weergegeven in onderstaande figuur, samen met de overgangskansen tussen de stations (een klant die uit station 1 vertrekt gaat altijd naar station 2, en een klant die uit station 2 vertrekt gaat met kans $1-P$ naar station 1, en verlaat het systeem met kans P). Het systeem is stationair. De gemiddelde bedieningsduur van station i is μ_i^{-1} , $i=1,2$. De externe aankomstintensiteit bij station i is γ_i , $i=1,2$.



- Formuleer de stroomvergelijkingen en los deze op.
- Hoe luidt de stationariteitsvoorwaarde?
- Geef de kansverdeling van de wachtrijlengte bij de 2 stations.
- Geef de simultane kansverdeling van de wachtrijlengte bij de 2 stations.
- Geef voor ieder station een uitdrukking voor het gemiddelde aantal klanten en voor de gemiddelde verblijftijd van een klant.
- Geef een uitdrukking voor de gemiddelde verblijftijd in het netwerk voor een willekeurige klant.