

Datum: 8 april 2014
Kenmerk: EW114/TW/SOR/020/RB/tk

Tentamen SMOM ((191530881))
Dinsdag 15 april 2014 08.45-11.45 uur

Dit tentamen bestaat uit 4 opgaven.
Vermeld ook uw studentnummer op werk en tentamenbriefje.
Het is toegestaan een rekenmachine te gebruiken.

Opgave 1

Een chemisch proces maakt gebruik van een machine waarvan de productiviteit in de tijd afneemt. Deze productiviteitsafname kan ondervangen worden door de machine een onderhoudsbeurt te geven. De kosten van een onderhoudsbeurt bedragen 5.000 euro. De tijd nodig voor een onderhoudsbeurt mag verwaarloosd worden. Onderhoudsbeurten kunnen alleen plaats vinden aan het begin van de week. Naast de daling in de productiviteit loopt de machine ook risico van verstopping. De kans op een verstopping in een week bedraagt $\frac{1}{4}$. Treedt in een week verstopping op dan bedraagt de bruto opbrengst van de machine de helft van de opbrengst zonder verstopping. Bij een verstopping krijgt de machine een onderhoudsbeurt, kosten 10.000 euro, en is hij aan het begin van de volgende week weer inzetbaar. De productiviteit wordt uitgedrukt in de bruto opbrengst per week, welke afhankelijk is van het aantal weken sinds de laatste onderhoudsbeurt, in de tabel aangeduid met z .

z	0	1	2	3	4	5	
Bruto opbrengst $r(z)$	10	8	6	4	4	2	1000 euro

Bepaal m.b.v. dynamische programmering de optimale onderhoudspolitiek over een horizon van 4 weken, indien de machine aan het begin van de eerste week twee weken daarvoor zijn laatste onderhoudsbeurt heeft gehad.

Geef de recursievergelijking. Hoe groot is de maximale verwachte netto opbrengst?

Opgave 2

Bij de productie van een bepaald onderdeel ondergaat dit een verhardingsproces in een speciale oven. De productie in deze ovens vindt plaats d.m.v. zogeheten productieruns, welke een volle dag duren. Vindt op een dag een run plaats dan worden alle aanwezige onderdelen, met een maximum van 3, in de oven behandeld om vervolgens ergens anders hun opvolgende bewerking te ondergaan. Liggen aan het begin van de dag 3 of meer onderdelen voor de oven te wachten dan zal altijd een run plaatsvinden. Liggen er echter 1 of 2 onderdelen te wachten dan kan de planner kiezen tussen wel of niet een run draaien met, respectievelijk, 1 of 2 onderdelen. De onderdelen arriveren bij de oven halverwege de dag met kansverdeling: 1 met kans $\frac{2}{3}$ en 0 met kans $\frac{1}{3}$.

Aan het begin van dag 1 zijn niet meer dan 3 onderdelen aanwezig. De kosten van een run bedragen 1000 Euro. De kosten van onderhanden werk worden gesteld op 100 Euro per dag per onderdeel dat aan het begin van de dag ligt te wachten.

Gezocht wordt een optimale productiepolitiek, welke de verdisconteerde kosten over een oneindige horizon minimaliseert. De disconteringsfactor per dag bedraagt 0.75.

- a) Bepaal de toestanden, de beslissingen in deze toestanden, de directe kosten als functie van de toestand en de gekozen beslissing, en de overgangskansen behorende bij dit Markovbeslissingsprobleem.
- b) Formuleer de optimaliteitsvergelijkingen.
- c) Voer twee iteraties uit van het waarde-iteratie algoritme.
- d) Onderzoek m.b.v. strategie-iteratie of de politiek welke pas een run start indien 3 of meer onderdelen liggen te wachten optimaal is.
- e) Formuleer een LP-model waarmee de optimale politiek bepaald kan worden.

Opgave 3

Klanten arriveren volgens een Poissonproces met intensiteit λ bij een 1-loket wachtsysteem dat plaats heeft voor maximaal 2 wachtende klanten. De bedieningsduren zijn onderling onafhankelijk en onafhankelijk van het aankomstproces en exponentieel verdeeld met gemiddelde μ^{-1} . Bij dit wachtsysteem arriveert tevens volgens een Poissonproces (intensiteit ν) de politie die dan willekeurig een klant uit de wachtrij haalt (mits er een of twee wachtenden zijn) om gefouilleerd te worden. Zo'n klant is daarna zo boos dat hij wegloopt en niet meer in de wachtrij gaat staan.

- (a) Beredeneer waarom het aantal klanten in het systeem X_t een Markovproces is.
- (b) Geef het transitiediagram van het proces X_t .
- (c) Hoe luiden de globale evenwichtsvergelijkingen voor X_t ?
- (d) Bepaal de stationaire verdeling $\{P_i, i=0, 1, 2, 3\}$.

De antwoorden op de volgende vragen mogen uitgedrukt worden in de P_i , λ , μ en ν .

- (e) Hoe groot is de bezettingsgraad van het loket?
- (f) Hoeveel klanten worden per tijdseenheid bediend?
- (g) Hoeveel klanten worden per tijdseenheid uit het systeem door de politie meegenomen?
- (h) Geef een uitdrukking voor de gemiddelde lengte \bar{N} van de wachtrij.
- (i) Bepaal de gemiddelde verblijftijd in de wachtrij.
- (j) Laat \bar{W} de gemiddelde wachttijd zijn van klanten die worden bediend en \bar{F} de gemiddelde verblijftijd in de wachtruimte van klanten die uit de rij worden weggehaald.
Bepaal met Little een lineaire relatie tussen \bar{W} , \bar{F} en \bar{N} (zie (h)).

Opgave 4

Beschouw een bedrijf waarin T-shirts worden gemaakt en bedrukt. We bekijken de afdeling waarin eerst de afbeeldingen op de T-shirts worden gestreken en de T-shirts vervolgens worden verpakt. Deze twee handelingen worden steeds door één en dezelfde medewerker voor één T-shirt achtereenvolgens verricht. Er is één strijkapparaat en één inpakmachine en deze staan beide in een aparte ruimte.

De duur van het strijken en verpakken is negatief exponentieel verdeeld met respectievelijk gemiddelde 6 minuten en 2 minuten. De loopafstand van de ene ruimte naar de andere is verwaarloosbaar.

De productie-afdeling van het bedrijf is zo ingericht dat de afdeling altijd T-shirts beschikbaar heeft om te bedrukken.

Er is echter wel een probleem op de afdeling. Het strijkapparaat is verouderd. Dit heeft tot gevolg dat de strijkbehandeling met kans $p = 1/2$ moet worden overgedaan.

Er werken m medewerkers op de afdeling.

- a) Modelleer de afdeling als een gesloten netwerk van wachtrijen.
- b) Bepaal, gebruikmakend van het algoritme van Buzen, de kansverdeling van de medewerkers over de activiteiten (strijken en inpakken) indien er $m = 2$ medewerkers op de afdeling werken. Wat is de kans dat er niemand aan het strijken is?
- c) Bepaal m.b.v. *mean value analysis* het gemiddelde aantal medewerkers en de gemiddelde verblijftijd in de strijk- en de inpakruimte, indien $m = 2$.