



Datum: 11 april 2012
Kenmerk: EW109/TW/SP/066/WA/tk

Tentamen Wiskundige Statistiek (153038)
Vrijdag 30 oktober 2009 van 9.00-12.00 uur

N.B. Tot één uur na aanvang van het tentamen kunt u besluiten alsnog van deelname af te zien. U moet uw werk dan wèl afgeven aan de surveillant, maar als u erop vermeld heeft "AFGEZIEN VAN DEELNAME", wordt het niet beoordeeld.

Dit tentamen bestaat uit 5 opgaven. De tabellen zijn separaat bijgevoegd.
Motiveer steeds uw antwoorden.
Vermeld ook uw studentnummer op werk en tentamenbriefje.

Opgave 1

Zij X_1, \dots, X_n een aselechte steekproef uit een uniforme verdeling op $(\theta, 2\theta)$, waarin $\theta > 0$.

- a) Vind de meest aannemelijke schatter θ^* voor θ .
- b) Bepaal a zodanig dat $T = a \sum_{i=1}^n X_i$ een zuivere schatter is voor θ .
- c) Bewijs dat T consistent is voor θ .

Opgave 2

Zij X_1, \dots, X_n een aselechte steekproef uit een normale verdeling met verwachting μ en variantie 25.

- a) Bepaal de kleinste n zodanig dat het tweezijdige betrouwbaarheidsinterval met $\gamma = 0.95$ een lengte ten hoogste 1 heeft.
- b) Bepaal de kleinste n zodanig dat de toets met onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0.025$ voor $H_0 : \mu \leq 0$ tegen $H_1 : \mu > 0$ een onderscheidend vermogen ten minste 0.90 heeft in het punt $\mu = 1$.

Opgave 3

Beschouw twee onafhankelijke aselechte steekproeven uit normale verdelingen: X_1, \dots, X_m met verwachting μ_1 en variantie σ_1^2 en Y_1, \dots, Y_n met verwachting μ_2 en variantie σ_2^2 .

- a) Laat zien dat de steekproefvarianties respectievelijk 10 en 4 zijn op basis van de volgende gegevens en uitkomsten:

$$m = 25, n = 20, \sum_{i=1}^m x_i = 50, \sum_{i=1}^m x_i^2 = 340, \sum_{i=1}^n y_i = 50, \sum_{i=1}^n y_i^2 = 201$$

- b) Toets $H_0 : \sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ bij onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0.05$.
- c) Herhaal b) als bovendien bekend is dat $\mu_1 = \mu_2 = 2$.

Opgave 4

De stochastische variabele X heeft een kansdichtheid f die voor zekere $\theta > 0$ gegeven wordt door

$$f(x) = \begin{cases} \theta/(\theta + x)^2 & \text{voor } x > 0, \\ 0 & \text{voor } x \leq 0. \end{cases}$$

Voor X vinden we de uitkomst $x = 4$.

- a) Bepaal m.b.v. het lemma van Neyman-Pearson de MP-toets gebaseerd op een steekproef ter grootte 1 voor $H_0 : \theta = 1$ tegen $H_1 : \theta = 2$. Voer deze toets uit voor de gevonden waarde van x bij onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0.25$.
- b) Bepaal een naar beneden begrensd betrouwbaarheidsinterval voor θ met betrouwbaarheid $\gamma = 0.75$.

Opgave 5

Negen volwassenen doen mee aan een onderzoek naar het effect van een nieuwe dieetkuur. Hun gewicht wordt gemeten (in ponden) voor en na de kuur. De volgende uitkomsten worden gevonden:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
voor:	132	139	126	114	122	132	142	119	126
na:	124	141	118	116	114	132	145	123	121

- a) Wat kan er gezegd worden over het effect van de kuur? Formuleer een toetsingsprobleem en pas een geschikte verdelingsvrije toets toe. Kies als onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0.05$.
- b) Veronderstel vervolgens dat de gewichten normaal verdeeld zijn met onbekende maar constante variantie. Formuleer weer een toetsingsprobleem en pas een geschikte toets toe. Kies opnieuw als onbetrouwbaarheidsdrempel $\alpha_0 = 0.05$.

Normering:

1			2		3			4		5		Totaal	Eindcijfer = 1 + aantal punten/3 + evt. bonuspunt
a	b	c	a	b	a	b	c	a	b	a	b		
2	2	2	2	3	1	2	2	3	3	2	3	27	

Tabellen (separaat): B(n, p)-, N(0,1)-, Student- en F-tabellen