

**Tentamen Analyse I voor TW (152135)**  
07-04-2010

1. Laat  $\{x_n\}$  een rij reële getallen zijn en zij  $r \in \mathbb{R}$ .

a. Geef de definitie van de  $\limsup_{n \rightarrow \infty} x_n$ .

b. Bewijs dat

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} x_n < r \text{ impliceert } x_n < r$$

als  $n$  voldoende groot is.

2. Stel  $a_1 = \sqrt{2}$  en

$$a_{n+1} = \sqrt{2 + \sqrt{a_n}}, \quad n \in \mathbb{N}$$

a. Bewijs met volledige inductie dat de rij aldus gedefinieerd stijgend is.

b. Bewijs dat  $a_n$  convergeert.

3. Bereken de oneigenlijke integraal

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos^3 x}{\sqrt[4]{\sin x}} dx$$

4. Gegeven:

$$f_n(x) = \frac{nx}{nx + 1}$$

a. Bepaal  $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x)$  voor  $x \geq 0$ .

b. Bewijs dat de rij van functies  $f_n$  uniform convergeert op het interval  $[\delta, \infty)$ , als  $\delta > 0$ .

c. Bewijs dat deze functierij niet uniform convergeert op het interval  $(0, \infty)$ .

5. Gegeven is de machtreeks  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{n} (x-4)^n$ .

a. Bepaal het convergentie interval.

b. Bepaal het gedrag in de grenspunten.

c. Bepaal de som voor die waarden van  $x$  waarvoor de reeks convergeert.

**normering**

1a.	3	2a.	3	3.	4	4a.	2	5a.	2
b.	4	b.	3			b.	4	b.	3
						c.	4	c.	4

totaal 36