Tentamen Analyse I voor TW (2012-201100102)
24-01-2013

Het gebruik van elektronische hulpmiddelen is niet toegestaan.

1. Laten X en Y verzamelingen zijn en zij $f: X \to Y$. Laat de equivalentie zien van:
   (i) f is $1-1$ op X.
   (ii) $f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$ voor alle deelverzamelingen A en B van X.

2. We definiëren de rij $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ in $\mathbb{R}$ door $a_1 = 3$ en
$$a_{n+1} = \frac{1}{2}\left(a_n + \frac{5}{a_n}\right).$$
   a. Toon aan dat voor alle $n \in \mathbb{N}$ geldt $\sqrt{5} < a_{n+1} < a_n$.
   b. Toon aan dat de rij $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ convergeert.
   c. Toon aan dat $\lim_{n\to\infty} a_n = \sqrt{5}$.

3. a. Formuleer de middelwaarde stelling (Mean Value Theorem).
   b. Bewijs dat
$$\frac{1}{4\sqrt[4]{(x+1)^3}} \leq \sqrt[4]{x+1} - \sqrt[4]{x} \leq \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}}, \qquad \text{voor alle } x > 0.$$
   c. Bereken $\lim_{x\to\infty}\left(\sqrt[4]{x^3(x+1)} - x\right)$.

4. Ga na of de integraal
$$\int_1^\infty \frac{dx}{x + \sqrt{x} + \cos x}$$
   convergent of divergent is.

5. Toon aan dat de reeks
$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{x^2 + \ln n}$$
   uniform convergeert op ieder gesloten interval.

normering

1.	6	2a.	4	3a.	3	4.	6	5.	6
		b.	2	b.	4				
		c.	2	c.	3				

totaal 36