Toets 2. Lineaire Structuren 1. 2013-201300056-1A: Structuren en Modellen

Dit toets bestaat uit 4 opgaven. Schrijf de oplossing direct onder de opgave. Totaal: 20 punten. Cijfer=[aantal punten]/2

Datum:

Naam:

Studentnr:

1. [5pt] Laat zien dat de verzameling $\{1, 1+x, 1+x+x^2, 1+x+x^2+x^3\}$ lineair onafhankelijk is en een basis voor $P_3(\mathbb{R})$ vormt.

2. [5pt] Bewijs Stelling 1.6 en zijn gevolg.

Stelling 1.6. Laat V een vectorruimte zijn en $S_1 \subseteq S_2 \subseteq V$. Als S_1 lineair afhankelijk is dan is S_2 lineair afhankelijk.

Gevolg. Laat V een vectorruimte zijn en $S_1 \subseteq S_2 \subseteq V$. Als S_2 lineair onafhankelijk is dan is S_1 lineair onafhankelijk.

3. [5pt] Gegeven is een lineaire afbeelding $T : \mathbb{R}^3 \to M_{2\times 2}(\mathbb{R})$

$$T(a,b,c) = \begin{pmatrix} a-b & b-c \\ b+c & a+b \end{pmatrix}, \quad a,b,c \in \mathbb{R}.$$

Bepaal $\dim(N(T))$ en $\operatorname{rang}(T)$. Is T surjectief(onto)? Motiveer uw antwoord.

4. [5pt] Neem T zoals in Opgave 3. Neem

$$\beta = \{(1,0,0),(0,1,0),(0,0,1)\}, \quad \gamma = \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}.$$

Bepaal $[T]_\beta^\gamma$.