Toets 3. Lineaire Structuren 1. 2013-201300056-1A: Structuren en Modellen

Dit toets bestaat uit 4 opgaven. Schrijf de oplossing direct onder de opgave. Totaal: 20 punten. Cijfer=[aantal punten]/2

Datum:

Naam:

Studentnr:

1. [5pt] Gegeven zijn twee matrices

$$A = \begin{pmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \\ i & j & k & l \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} d & c & a \\ h & g & e \\ l & k & i \end{pmatrix},$$

waarbij $a, b, \ldots$ willekeurige reële getallen zijn. Bepaal de matrix C, die niet afhangt van $a, b, \ldots$, zodat $AC = B$. Bepaal $\mathrm{rang}(C)$.

2. [6pt] Een afbeelding $T : P_2(\mathbb{R}) \to P_2(\mathbb{R})$ is gegeven door

$$T(f(x)) = 2f(x) + f'(x) + f''(x), \quad f(x) \in P_2(\mathbb{R}).$$

Neem $\beta = \{1, x, x^2\}$ als geordende basis (ordered basis) voor $P_2(\mathbb{R})$. Bepaal $[T]_\beta$. Ga na dat $[T(f(x))]_\beta = [T]_\beta [f(x)]_\beta$ voor $f(x) = x^2 + 3x + 4$.

3. [4pt] Neem T zoals gedifineerd in Opgave 2. Is T een isomorfisme?
Motiveer uw antwoord.

4. [5pt] Laat $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ een *consistent* lineair systeem zijn met n onbekenden en m vergelijkingen. Laat s een particuliere oplossing zijn van $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Bewijs dat als $m < n$ dan heeft het consistente systeem $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ oneindig veel oplossingen.
Gebruik de stelling dat $K = K_H + \{s\}$ waarbij K de oplossingsverzameling van $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ is, en K_H de algemene oplossing van $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ is.