Toets Lineaire Structuren 1
2014-201300056-1A: Structuren en Modellen
maandag 27 oktober 2014; 8:45 - 10:45 uur

Dit tentamen bestaat uit 7 opgaven. Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden. Een (grafische) rekenmachine mag alleen gebruikt worden ter controle.

1. [5pt] Bewijs dat twee vectoren lineair afhankelijk zijn dan en slechts dan als één van de twee vectoren een veelvoud is van de andere.

2. [5pt] $T : V \to W$ is een lineaire afbeelding. Is $(W \setminus R(T)) \cup \{\mathbf{0}\}$ altijd een deelruimte van W? Motiveer uw antwoord.

3. Een lineaire afbeelding $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ is gegeven door $T((a,b)) = (15a+4b, 10a-6b)$. Neem $\beta = \{(1,0),(0,1)\}$ en $\beta' = \{(3,2),(-2,3)\}$.

(a) [5pt] Bepaal $[T]_\beta^{\beta'}$.

(b) [10pt] Bepaal $[T]_\beta$ en $[T((1,2))]_\beta$. (Hier $[T]_\beta \equiv [T]_\beta^\beta$).

4. [5pt] $T : M_{3\times 3}(F) \to P_5(F)$. Bewijs dat T niet injectief is.

5. [10pt] $T : V \to W$ is een isomorfisme, $\beta = \{v_1, v_2, \ldots, v_n\}$ is een basis voor V. Bewijs dat $T(\beta) = \{T(v_1), T(v_2), \ldots, T(v_n)\}$ is een basis voor W.

6. [10pt] Gegeven is een lineair systeem:

$$\left\{\begin{array}{llllll} x_1 & & -x_3 & +2x_4 & +3x_5 & =3 \\ 2x_1 & +x_2 & +2x_3 & & +5x_5 & =7 \\ 3x_1 & +x_2 & +x_3 & +2x_4 & +9x_5 & =9. \end{array}\right.$$

Los het systeem op. Schrijf de oplossing in een parametrische vector-vorm.

7. [10pt] Bepaal eigenwaarden en geef een voorbeeld van één eigenvector van de volgende matrix:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}.$$

Totaal: 60 punten

NB: cijfer=([aantal punten deeltoets Chapter 1] + [aantal punten deze toets]+10)/10.