Toets 1, Lineaire Structuren II, 201300057

Datum	:	20 november 2015
Plaats	:	Therm
Tijd	:	13.45 – 15.15
Module-coordinator	:	B. Manthey
Docent	:	H. Zwart

Alle antwoorden moeten gemotiveerd worden.
Een rekenmachine, boek, formuleblad, e.d. mogen niet gebruikt worden.

1. Gegeven is de (complexe) lineaire ruimte V die wordt opgespannen door de functies: $\{\cos(2x), \sin(2x), x\cos(2x), x\sin(2x)\}$ De lineaire afbeelding op deze ruimte is de differentiatie, dus

$$T(f) = f'.$$

   (a) Bepaal de eigenwaarden en eigenvectoren van T.

   (b) Is T diagonaliseerbaar?

   (c) Is T^2 diagonaliseerbaar?

2. Zij A een drie bij drie matrix, waarvan gegeven is dat het $(1,3)$-element van A en A^2 gelijk is aan nul.

   (a) Wat kunt u bewijzen over het $(1,3)$-element van A^5?

   (b) Stel dat ook het $(3,3)$-element van A en A^2 gelijk is aan nul. Wat valt er nu te zeggen over het $(3,3)$-element van A^5?

3. Gegeven is de (reële) lineaire ruimte, $\mathbb{P}_7(\mathbb{R})$, van polynomen met maximale graad 7 met het (kandidaat) inproduct

$$\langle f, g\rangle_2 = \int_{-2}^{2} f(t)g(t)t^2 dt. \tag{1}$$

   (a) Toon aan dat (1) een inproduct is op $\mathbb{P}_7(\mathbb{R})$.

   (b) Bepaal een niet-nul element van $\mathbb{P}_7(\mathbb{R})$ die loodrecht staat op de functie 1 m.b.t. het inproduct (1).

   (c) Definieert het volgende een inproduct op $\mathbb{P}_7(\mathbb{R})$;

$$\langle f, g\rangle_3 = \int_{-2}^{2} f(t)g(t)\sin(t)dt?$$

Puntenverdeling[1]

Som 1		Som 2		Som 3	
a	6	a	5	a	6
b	3	b	5	b	3
c	4			c	4

[1]Totaal is 40. U krijgt 4 punten gratis