

# Deeltentamen 1 Vectorcalculus voor TN/TW

vakcodes 201300164, 201300183

9 mei 2014

- Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
- Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. Gegeven de punten  $P_1 = (1, 3, 3)$ ,  $P_2 = (3, 1, 1)$  en  $Q_1 = (2, 2, 2)$ ,  $Q_2 = (-1, 2, 1)$ .

- Geef de parametrizatie van de lijn  $L_1$  die door de punten  $P_1$  en  $P_2$  gaat.
- Geef de parametrizatie van de lijn  $L_2$  die door de punten  $Q_1$  en  $Q_2$  gaat.
- Onderzoek of de lijnen  $L_1$  en  $L_2$  een snijpunt hebben.
- Bereken de cosinus van de hoek tussen de lijnen  $L_1$  en  $L_2$ .
- Bereken een vector die loodrecht staat op het vlak door de lijnen  $L_1$  en  $L_2$ .
- Geef de vergelijking van het vlak dat opgespannen wordt door de punten  $P_1, P_2, Q_1$ .

2. Bereken de volgende limieten of motiveer waarom ze niet bestaan.

a. Onderzoek de limiet

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{6x^4y}{2x^4 + y^2}$$

b. Onderzoek de limiet

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 - 6y^6}{\pi x^2 + 3y^6}$$

3.a Gegeven de functie  $f(x, y) = e^{x^2+y} \sin(\sqrt{x^2 + y^4})$ . Bereken de gradient  $\nabla f(x, y)$ .

3.b Gegeven  $z = g(x, y)$  met  $x = \ln(1 + \sin^2 t)$  en  $y = st$ . Bereken  $\frac{\partial z}{\partial s}$  en  $\frac{\partial z}{\partial t}$ .

3.c Bereken  $\frac{\partial^2 z}{\partial s \partial t}$  voor de functies gedefinieerd onder 3.b.

4. Gegeven de integraal

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \frac{x \sin^2(\pi(x^2 + y^2))}{\sqrt{x^2 + y^2}} dy dx$$

- Geef de transformatie van Cartesische coördinaten naar poolcoördinaten en schets het integratiedomein.
- Transformeer de integraal naar poolcoördinaten.
- Bereken de integraal.

5. Gegeven de integraal

$$\iint_R (4x + 8y) dA$$

met  $R$  het parallellogram met hoekpunten  $(-1, 3)$ ,  $(1, -3)$ ,  $(3, -1)$  en  $(1, 5)$ .

Gebruik de transformatie  $x = \frac{1}{4}(u + v)$ ,  $y = \frac{1}{4}(v - 3u)$  bij het berekenen van de integraal.

- Schets het gebied  $R$  in het  $(x, y)$ -vlak en het  $(u, v)$ -vlak.
- Bereken de Jacobiaan van de transformatie naar het  $(u, v)$ -vlak.
- Bereken de integraal met behulp van de transformatie naar het  $(u, v)$ -vlak.

### Puntentelling

1: 7	2: 6	3: 9	4: 6	5: 8
1a: 1	2a: 3	3a: 3	4a: 1	5a: 2
1b: 1	2b: 3	3b: 2	4b: 2	5b: 3
1c: 1		3c: 4	4c: 3	5c: 3
1d: 1				
1e: 2				
1f: 1				

**totaal 36+4=40 punten**