

Deeltentamen 2 Vectorcalculus voor TN/TW

vakcodes 201300164, 201300183

26 mei 2014

- Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
- Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. Gegeven de integraal

$$\oint_C (e^{\sin^2 x} + y^2) dx + x^2 y dy,$$

met C een gesloten kromme die tegen de klok in draait en bestaat uit de krommes:

$$x = y^{\frac{1}{2}} \quad \text{met } 0 \leq y \leq 1,$$

$$x = y^{\frac{1}{3}} \quad \text{met } 0 \leq y \leq 1.$$

- Schets de kromme C .
 - Bereken de integraal.
 - Is het vectorveld $\mathbf{F}(x, y, z) = (e^{\sin^2 x} + y^2, x^2 y)$ conservatief? Motiveer je antwoord.
2. Gegeven het vectorveld

$$\mathbf{F}(x, y, z) = y^2 \mathbf{i} + x \mathbf{j} + z^2 \mathbf{k}$$

Het oppervlak S wordt gegeven door $z = x^2 + 4y^2$ met $z \leq 1$. De eenheidsnormaalvector $\hat{\mathbf{N}}$ op S is naar boven gericht.

- Bereken $\text{div } \mathbf{F}$.
 - Bereken de integraal $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$ direct.
 - Bereken de integraal $\iint_S \text{curl } \mathbf{F} \cdot \hat{\mathbf{N}} dS$ met behulp van de Stelling van Stokes. Geef hierbij aan welke orientatie de rand heeft.
3. Onderzoek of de volgende reeksen convergeren of divergeren

a. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1}}{n}$ b. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n)!}{n! 2^n}$

4. Bepaal met behulp van de methode van Lagrange de extrema van

$$f(x, y) = x^3 + 2y,$$

onder de voorwaarde dat

$$g(x, y) = x^2 + y^2 - \frac{4}{3} = 0.$$

- Geef de Lagrange functie.
- Bepaal de kritieke punten van de Lagrange functie.
- Bepaal de extrema.

Puntentelling

1: 6	2: 9	3: 5	4: 6
1a: 1	2a: 1	3a: 3	4a: 1
1b: 4	2b: 4	3b: 2	4b: 4
1c: 1	2c: 4		4c: 1

totaal 26+4=30 punten