

Invullen in blokletters/To be completed by student

Cursusnaam/Course name	CORRECTIE	Datum/Date	Bladnr./Page no.
Cursuscode/Course code			(1)
Studentnr./Student no.	KOPJ	Opleiding/Programme	Groepnr./Group no.
Naam/Name			

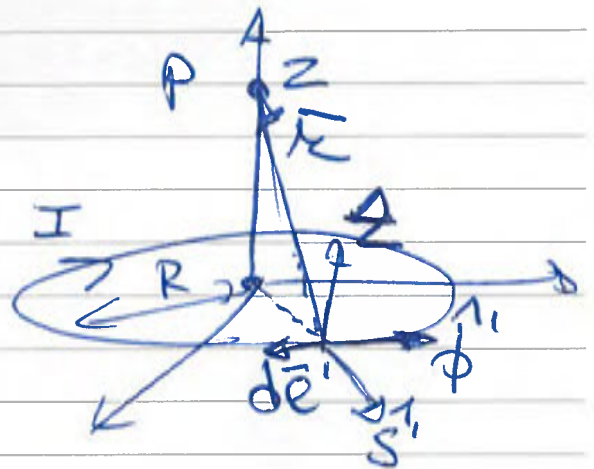
Vraag 1)

In cilinder coördinaten

Biot - Savart

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{e}' \times \vec{r}}{r^2}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int \frac{d\vec{e}' \times \vec{r}}{r^3}$$

Parameterisatie (2.2 schets)

$$d\vec{e}' = -R d\phi' \hat{\phi}'$$

$$\vec{r} = -R \hat{s}' + z \hat{z}$$

$$r^3 = (R^2 + z^2)^{3/2}$$

$$\rightarrow d\vec{e}' \times \vec{r} = (-z \hat{s}' - R \hat{z}) R d\phi'$$

Na integratie blijft enkel de $\hat{z}$ -component over

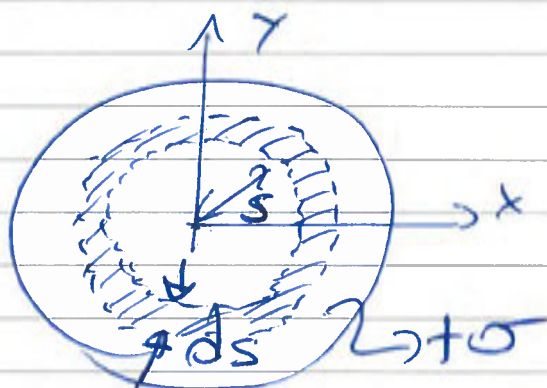
$$\vec{B}(z) = - \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi' \hat{z}$$

$$\boxed{\vec{B}(z) = - \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}} \hat{z}}$$

Vraag 1b)

we delen de schijf op in cirkel -
vormige stroken met straal s en
breedte ds :

Op zo'n strook ligt
een lading $\sigma 2\pi s ds$.



Die lading maakt $\omega/2\pi$

omwentelingen per seconde, de stroom
die daar mee overeenstemt is dus

$$dI = \sigma \omega s ds$$

Uit 1a weten we dan

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 dI}{2} \frac{s^2}{(s^2 + z_0^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$= \frac{\mu_0 \omega \sigma}{2} \frac{s^3 ds}{(s^2 + z_0^2)^{3/2}} \hat{z}$$

Integreren geeft dan

$$\vec{B}(z_0) = \frac{\mu_0 \omega \sigma}{2} \int_{s=0}^R \frac{s^3 ds}{(s^2 + z_0^2)^{3/2}} \hat{z}$$

$$= \frac{\mu_0 \omega \sigma}{2} \left[\frac{2z_0^2 + s^2}{\sqrt{z_0^2 + s^2}} \right]_{s=0}^R \hat{z}$$

$$\boxed{\vec{B}(z_0) = \frac{\mu_0 \omega \sigma}{2} \left(\frac{R^2 + 2z_0^2}{\sqrt{R^2 + z_0^2}} - 2z_0 \right) \hat{z}}$$

Vraag 2

$$10 \times 2 = 20 / 100$$

a) NW $\vec{F}_L = \vec{v} \times \vec{B} = 0$ want $\vec{v} \parallel \vec{B}$

b) NW Tegenvoorbeeld: het $\vec{B}$ -veld binnen in een stroomvoerende staaf $\neq 0$, maar neemt lineariteit toe met S .

c) NW $\oint \vec{A} \cdot d\vec{e} = \iint (\vec{v} \times \vec{A}) \cdot d\vec{a} = \iint \vec{B} \cdot d\vec{a} = \phi_m = 0$

c) NW 2 keer rechtshandregel toepassen:
 $\vec{B}_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi S} \hat{\phi}$ en $\vec{F}_2 = \vec{I}_2 \times \vec{B}_1$

e) NW Boven zijn plaat is $\vec{B}$ constant en neemt $\vec{A}$ lineariteit toe met de hoogte

f) NW De $\perp$ component van $\vec{B}$ blijft onveranderd, maar de $\parallel$ component wordt versterkt $\rightarrow$ de veldlijnen breken van de normaal weg.

g) NW Binnen in een ∞ spoel is $\vec{B}$ constant en is dus ook de energiedichtheid van een gemagnetiseerd materiaal plaats - onafhankelijk

Invullen in blokletters/To be completed by student

Cursusnaam/Coursename	CORRECTIE - Kopij	Datum/Date	Bladnr./Page no. (2)
Cursuscode/Coursecode			
Studentnr./Student no.	Voorl./Initials	Opleiding/Programme	Groepnr./Group no.
Naam/Name			

Vraag 2 (vervolg)

h) W $\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = 0$ geeft aan dat er geen ladingsophoping of - uitputting plaats vindt (statisch)

i) W In het algemeen verandert de flux dooheen de lus dan en wordt er dus een e.m.f. geïnduceerd. In een geleider gaat dan een stroom lopen.

j) NW De wet van Lenz zegt dat de geïnduceerde stroom in de bal fluxverandering tegen werkt
 → de bal vertraagt zowel bij "aankomst" als "vertrek".

Vraag 3

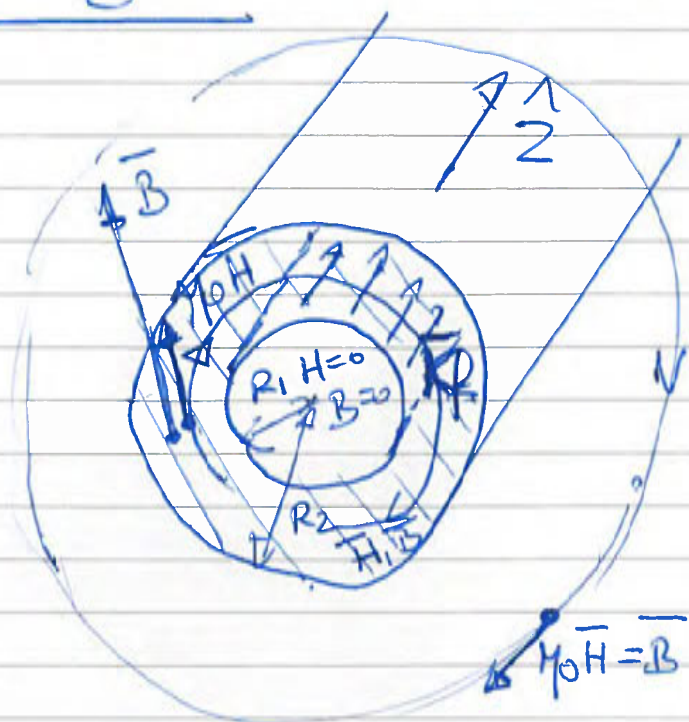
Kies $\hat{z}$ in de stroom-
richting

We weten dan dat

$\vec{B}$ en $\vec{H}$ azimutaal
staan en enkel
van s afhangen

$$\vec{B} = B_\phi(s) \hat{\phi}$$

$$\vec{H} = H_\phi(s) \hat{\phi}$$



Bovendien geldt $\vec{B} = \mu_0 \mu_r \vec{H}$

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{e} = I_{f, \text{encl}} \quad (\text{Ampère voor } \vec{H})$$

We onderscheiden 3 gebieden:

$$\textcircled{1} \quad s < R_1 \rightarrow I_{f, \text{encl}} = 0$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{H} = 0 ; \vec{B} = 0}$$

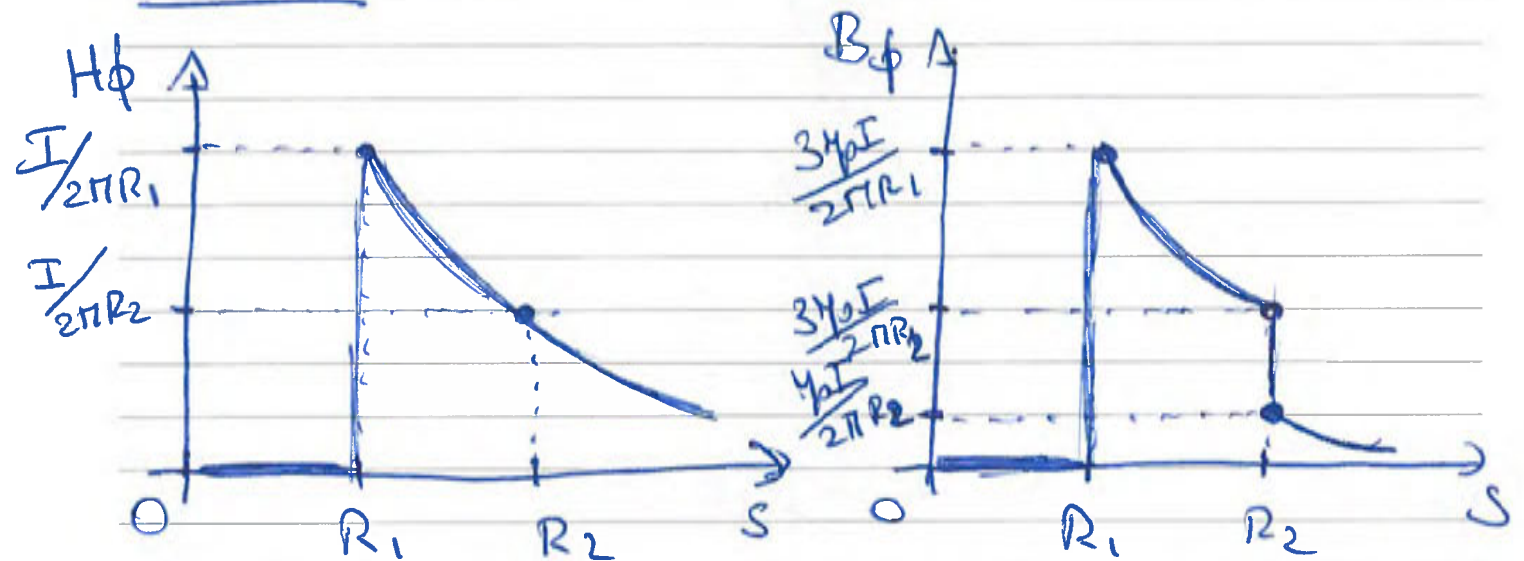
$$\textcircled{2} \quad R_1 < s < R_2 \quad I_{f, \text{encl}} = I$$

$$\rightarrow 2\pi s H = I \rightarrow \boxed{\begin{aligned} \vec{H} &= \frac{I}{2\pi s} \hat{\phi} \\ \vec{B} &= \frac{\mu_0 I}{2\pi s} \hat{\phi} \end{aligned}}$$

③ $R_2 < S$ $\rightarrow I_{f, \text{end}} = I$

$$\begin{aligned} \bar{H} &= \frac{I}{2\pi S} \uparrow \phi \\ \bar{B} &= \frac{\mu_0 I}{2\pi S} \uparrow \phi \end{aligned}$$

Schems



Nach 3b $\bar{B} = \mu_0 (\bar{H} + \bar{M})$

$$\rightarrow \bar{M} = \frac{\bar{B}}{\mu_0} - \bar{H}$$

Vor ① u. ③ gilt $\bar{M} = 0$, Vor ②

$$\bar{M} = 3\bar{H} - \bar{H} = 2\bar{H} = \frac{I}{\pi S} \uparrow \phi$$

Invullen in blokletters/To be completed by student

Cursusnaam/Coursename	CORRECTIE - KOPIJ	Datum/Date	Bladnr./Page no.
Cursuscode/Coursecode			3
Studentnr./Student no.	Voorl./Initials	Opleiding/Programme	Groepnr./Group no.
Naam/Name			

Uitang 3b, vervolg

$$\text{Met } \vec{J}_b = \vec{v} \times \vec{m} = \frac{I}{\pi} \left(\vec{v} \times \frac{\hat{\phi}}{s} \right)$$

Bijz. we

$$\left| \vec{J}_b = \frac{1}{s} \left[\frac{\partial}{\partial s} \left(s \frac{1}{s} \right) \right] = 0 \right|$$

Aan de binnenkant van de magnetiseerbare mantel ($s=R_1$) geldt

$$\hat{m} = -\hat{s} \rightarrow \vec{K}_b(s=R_1) = \vec{m} \times \hat{n} = -\frac{I}{\pi R_1} (\hat{\phi} \times \hat{s})$$

$$\left| \vec{K}_b(s=R_1) = \frac{I}{\pi R_1} \hat{z} \right|$$

Aan de buitenkant is $\hat{m} = +\hat{s}$ en dus

$$\left| \vec{K}_b(s=R_2) = -\frac{I}{\pi R_2} \hat{z} \right|$$

Vraag 3c

Er loopt enkel stroom in de $\hat{z}$ -richting, dus $\vec{A}$ heeft enkel een z -component.

Symmetrie (∞ draad) dicteert dat deze enkel van s afhangt.

$$\rightarrow \vec{A} = A_z(s) \hat{z}$$

$$\rightarrow \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A} = - \frac{\partial A_z}{\partial s} \hat{\phi}$$

We gebruiken nu de uitdrukkingen voor $\vec{B}$ uit 3a) en integreren die.

$$\textcircled{1} \underline{s < R_1} \quad \vec{B} = 0 \rightarrow \boxed{\vec{A} = \text{constat} = A_0 \hat{z}}$$

$$\textcircled{2} \underline{R_1 \leq s \leq R_2} \quad B_\phi = \frac{3\mu_0 I}{2\pi s} \rightarrow A_z = - \frac{3\mu_0 I}{2\pi} \ln s + \text{constante}$$

Bij de overgang tussen ① en ② moet $\vec{A}$ continu zijn (anders heeft $\vec{B}$ daar een singulariteit)

$$\rightarrow - \frac{3\mu_0 I}{2\pi} \ln R_1 + \text{constante} = A_0$$

$$\rightarrow \boxed{A_z(s) = A_0 - \frac{3\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{s}{R_1}\right)}$$

$$\textcircled{3} \underline{R_2 \leq S} \quad B_\phi = \frac{\mu_0 I}{2\pi S} \rightarrow A_2 = -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln S + \text{constante}$$

$$\text{Continuïteit: } -\frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln R_2 + \text{constante}$$

$$= A_0 - \frac{3\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

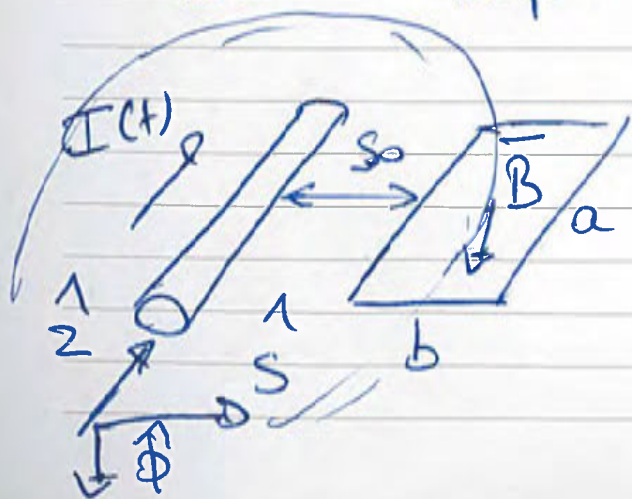
$$\rightarrow \boxed{A_2(s) = A_0 - \frac{3\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) - \frac{\mu_0 I}{2\pi} \ln\left(\frac{S}{R_2}\right)}$$

30/30

Vraag 4) a) ^{12/30} Dit is een inductie probleem:

de wisselstroom in de draad veroorzaakt een azimuthaal wisselveld $\vec{B}(t)$ omheen de draad en de wisselende flux $\phi_M(t)$ doorheen de lus induceert een spanning over de lus ($\mathcal{E} = -\frac{d\phi_M}{dt}$ Faraday)

We moeten dus de flux $\phi_M(t)$ doorheen de lus bepalen.



$$I = I_0 \sin \omega t$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi S} \hat{\phi} = \frac{\mu_0 I_0}{2\pi S} \sin \omega t \hat{\phi}$$

$$\phi_n(t) = \frac{1}{2} \iint \vec{B}(t) \cdot d\vec{a} = \frac{\mu_0 I_0 a \sin \omega t}{2\pi} \int_{s_0}^{s_0+b} \frac{ds}{s}$$

$$\phi_n(t) = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} a \ln\left(\frac{s_0+b}{s_0}\right) \sin \omega t$$

Faraday

→

$$V(t) = \frac{1}{2} \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} a \ln\left(\frac{s_0+b}{s_0}\right) \cos \omega t$$

Vraag 4b

8/30

We kennen de geïnduceerde spanning $V(t)$ over de lus en willen de stroom berekenen. Hiervoor hebben we de weerstand R van de lus nodig: $I_{lus}(t) = \frac{V(t)}{R}$

$$R = \frac{\rho l_{lus}}{A_{lus}}$$

met

$$l_{lus} = 2(a+b)$$

$$A_{lus} = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = \frac{\pi d^2}{4}$$

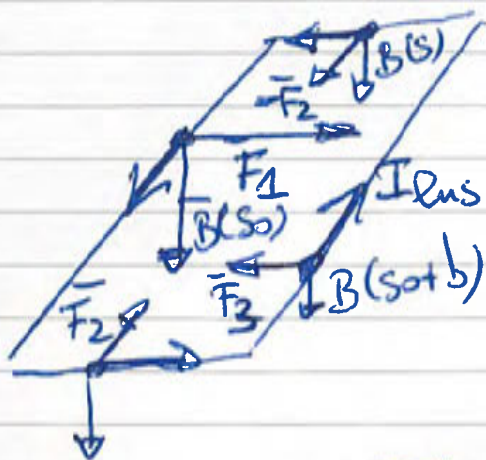
$$\Rightarrow R = \frac{8\rho(a+b)}{\pi d^2}$$

$$\Rightarrow I_{lus}(t) = \frac{1}{2} \frac{\omega \mu_0 I_0}{16\rho} \frac{ad^2}{a+b} \ln\left(\frac{s_0+b}{s_0}\right) \cos \omega t$$

Invullen in blokletters/To be completed by student

Cursusnaam/Coursename	Datum/Date	Bladnr./Page no. <u>4</u>
Cursuscode/Coursecode		
Studentnr./Student no.	Voorl./Initials	Opleiding/Programme
Naam/Name		Groepnr./Group no.

Vraag 4c 10/30 We moeten de totale
 Lorentz kracht van het
 veld van de draad op de stroom in
 de lus berekenen. Over beide
 korte stukken van de lus (lengte b)
 is het veldverloop gelijk, maar de
 stroom tegengesteld dus deze bijdrages
 heffen elkaar op ($\vec{F}_2$ en $-\vec{F}_2$, zie figuur)
 2



De totale kracht
 op de lange zijde
 (lengte a) het dichtst
 bij de draad is

$$\vec{F}_1 = \frac{1}{a} B(s_0/t) I_{lus}(t) \hat{s}$$

1 2

De totale kracht op de overlappende zijde is

$$\vec{F}_3 = -a B(s_0+b, t) I_{\text{bus}} \hat{s}$$

De netto kracht op de hele lus is

$$\text{dus } \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_3$$

$$= a I_{\text{bus}}(t) [B(s_0, t) - B(s_0+b, t)] \hat{s}$$

$$\Rightarrow \vec{F} = \frac{\omega \mu_0 I_0 a^2 d^2}{16 \rho a+b} \ln\left(\frac{s_0+b}{s_0}\right) \cos \omega t$$

$$\times \frac{\mu_0 I_0}{2\pi} \left(\frac{1}{s_0} - \frac{1}{s_0+b} \right) \sin \omega t \hat{s}$$

$$\boxed{\vec{F} = \frac{\omega (\mu_0 I_0 a d)^2}{16 \pi \rho (a+b)} \ln\left(\frac{s_0+b}{s_0}\right) \frac{b}{s_0(s_0+b)} \frac{\sin 2\omega t}{2} \hat{s}}$$

Deze kracht ~~verandert~~ van teken met de ~~dubbele~~ ~~frequentie~~ van de stroom in de draad. ²