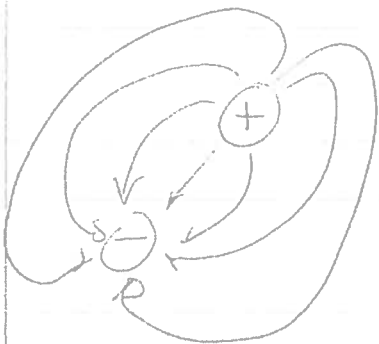
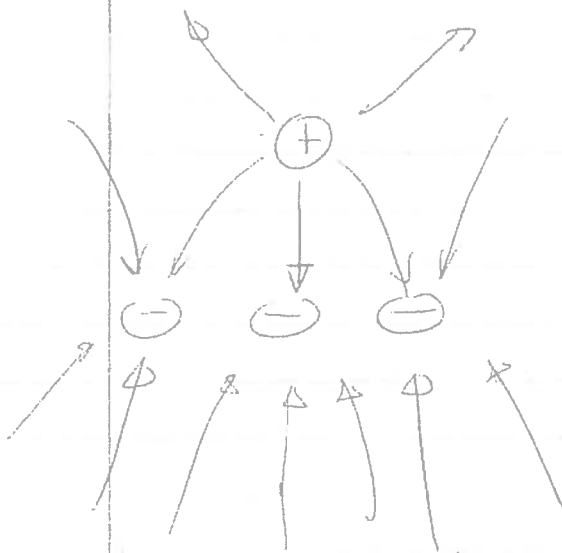


Vraag ①



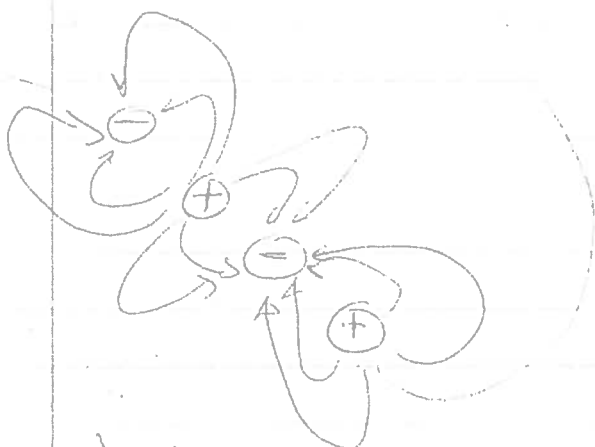
Belangrijk:

- lijnen van $+$ naar $-$
- niet alleen "direct" maar ook wel een bocht aan bovenkant
- Geen lijnen van/naar oneindig (eventueel een lijn op de as)



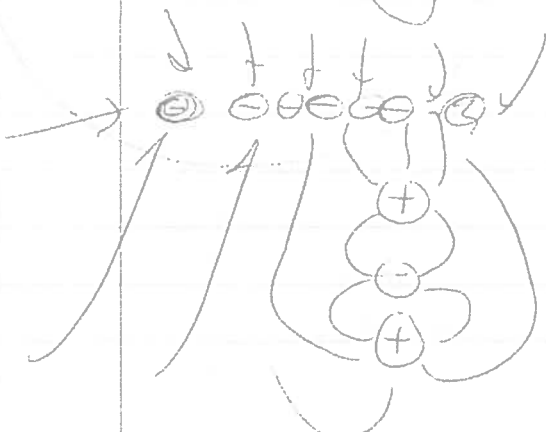
Belangrijk: $+$ er komen lijnen uit oneindig naar de 3 $-$ ladingen

$=$ ongeveer evenveel lijnen die aankomen/weggaan per lading.



Belangrijk:

$-$ geen extra lijnen uit/ernaar oneindig



Belangrijk:

- extra lijnen uit oneindig naar $-$
- "interactie" tussen dipool & die lijnen
- ook lijnen van boven de $+$

$-$

VRAGEN 2

a) NW . De kracht tussen de ladingen wordt 4x groter, maar het E-veld wordt 2x zo groot.

b) NW $\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$

Gauss zegt dat de flux dus alleen maar van Q_{enc} afhangt, niet van de vorm v.h. oppervlak.

c) W Zie tentamen bijlage
"vector identity (10)"

d) NW Het E-veld is evenredig met Q , maar de kracht $\propto Q \cdot E$ en is dus evenredig met Q^2 .

Vraag 2, vervolg

e) NW Het $\vec{E}$ -veld staat $\perp$ op de equipotentiaal vlakken, en dus ook de kracht op een lading.

Voor een verplaatsing $d\vec{E} \parallel$ aan zulk een vlak is $dW = \vec{F} \cdot d\vec{E} = q \vec{E} \cdot d\vec{E}$ wel nul, maar $\vec{F}$ zelf niet.

f) NW Binnen die bolschil is het veld t.g.v. de homogene oppervlakte-lading nul (Gauss) en dus ontbreekt een lading staat geen kracht

g) NW $\nabla \times \vec{E} = 0 \xrightarrow{\text{Stokes}} \oint \vec{E} \cdot d\vec{E} = 0$
 $\rightarrow \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{E}$ onafhankelijk v.d. gevolgde weg $\rightarrow V_A - V_B$ onafhankelijk

Vraag 2, vervolg

h) NW De condensator is verbonden met een spanningsbron $\rightarrow$
 $|V| = |\vec{E}|d$ constant $\rightarrow |\vec{E}|$ constant

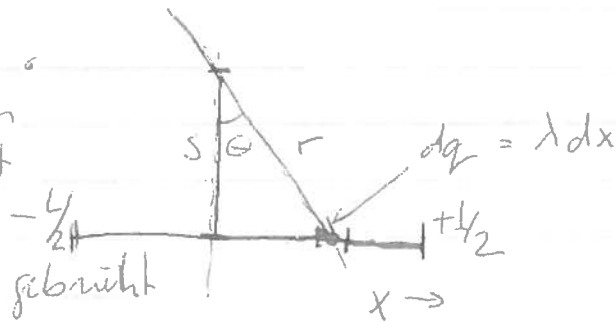
i) NW $D_{\perp, \text{above}} - D_{\perp, \text{below}} = \sigma_f = 0$
maat $D_{\parallel, \text{above}} - D_{\parallel, \text{below}} = P''_{\text{above}} - P''_{\text{below}} \neq 0$

j) NW $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$ is een scalar-veld en heeft dus geen "richting"

Vraag 3

Deze vraag betreft een eindige draad zodat

Gauss niet kan worden gebruikt



a) Coulomb: $dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$ waarbij $\hat{r}$ loopt van het punt waar je het veld berekent naar de "bron" dq

$$dq = \lambda dx$$

de horizontale componenten vallen weg (symmetrische positie) zodat we alleen de verticale ($\hat{S}$) richting hoeven te integreren. Dit volgt automatisch als je r parametrizeert als

$$dE_S = dE \cdot \cos \theta, \quad \cos \theta = \frac{S}{r} = \frac{S}{\sqrt{S^2 + x^2}}$$

$$\left(\frac{x, y}{r} \right) \text{ is een eenheidsvector}$$

$$\Rightarrow E_S = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{S}{(S^2 + x^2)^{3/2}} dx \quad \text{Dit is een standaard integraal die lijkt voor } m=0, n=-3/2 \Rightarrow x/a^2 y$$

$$\Rightarrow E_S = \left[\frac{Sx}{S^2(S^2 + x^2)^{1/2}} \right]_{-L/2}^{L/2} \cdot \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0}$$

$$= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{L}{S \sqrt{S^2 + (L/2)^2}}, \quad \text{QED}$$

b) Het draadraam is gewoon 4 lijnstukken die een vierkant vormen zodat het veld nu berekend moet worden

tot

op de top van pyramide.



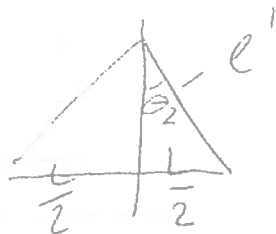
waarbij de pyramide een hoogte z heeft en een basis is L

Dit betekent dat de afstand van de top naar de 4 lijnstukken nu gelijk is aan:

$$|l'| = \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2} \quad \text{Dit is de "nieuwe" } s$$

Het veld van de 4 lijnstukken staat in 4 verschillende richtingen zodat alleen de verticale componenten zullen overblijven.

In doorsnede



$$E_z = E_n \cdot \cos \theta_2, \quad n = 1, 2, 3, 4$$

$$\cos \theta_2 = \frac{z}{l'} = \frac{z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2}}$$

$$E_{\text{totaal}} = \sum_{n=1}^4 E_n \cos \theta_2 \quad \text{met} \quad E_n = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{l' \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2}}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow E_t &= \frac{1}{\pi\epsilon_0} \frac{\lambda L}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2 + \left(\frac{L}{2}\right)^2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2}} \\ &= \frac{\lambda L}{\pi\epsilon_0} \frac{(\cos \theta_2)}{\sqrt{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2} \cdot \sqrt{z^2 + 2\left(\frac{L}{2}\right)^2}} = \frac{\lambda L}{\pi\epsilon_0} \frac{z}{\left(\frac{L}{2}\right)^2 + z^2 \sqrt{z^2 + \frac{L^2}{2}}} \end{aligned}$$

1-lce// niet verder uitgeschreven, mag wel.

4/30

Vraag 4



In de staaf is $\vec{E} = 0$
(gelijk)

→ alle lading op
het buitenoppervlak

$\rho_s = 0$	✓
$\sigma_1 = \frac{+Q}{2\pi R_1 L}$	✓

(We verwaarlozen de
lading op
 $L \gg R_1$)

In de mantel is $\vec{E} = 0$ (ook gelijk)

→ Voor Gauss-cilinder in de mantel
het $Q_{\text{enc}} = 0$

→ Hele $-Q$ op binnenoppervlak van
mantel

$\rho_m = 0$	✓
$\sigma_2 = \frac{-Q}{2\pi R_2 L}$	
$\sigma_3 = 0$	

5/30

4 (vervolg)

$$\vec{E}(s < R_1) = 0$$

(geleiden)

$$\vec{E}(R_1 < s < R_2) ?$$

Gauss ~~cylinder~~ met straal s & hoogte L'

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$Q_{\text{enc}} = Q \frac{L'}{L}$$

$$\rightarrow 2\pi s L' \vec{E}(s) = \frac{Q L'}{\epsilon_0 L}$$

$$\vec{E}(R_1 < s < R_2) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{Ls} \hat{s}$$

Symmetrie!

$$\vec{E}(R_2 < s < R_3) = 0 \quad (\text{geleiden})$$

$$\vec{E}(R_3 < s) = 0 \quad (Q_{\text{enc}} = 0)$$

c) $V(R_2) - V(R_1)$

$$= - \int \vec{E} \cdot d\vec{e}$$

$$= - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \int_{s'=R_1}^{R_2} \frac{ds'}{s'}$$

$$V(R_2) - V(R_1) = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)$$

d) $Q = C_0 [V(R_2) - V(R_1)]$

$$C_0 = \frac{Q}{|\Delta V|}$$

$$C_0 = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

e) 5/30 4 (vervolg)
 Voor beide gebieden ($R_1 < s < R_1 + D$ en $R_1 + D < s < R_2$) geldt $\oint \vec{D} \cdot d\vec{a} = Q_{\text{fied}}$

$$\vec{D}(s) = \frac{1}{2\pi} \frac{Q}{Ls} \hat{s}$$

$$\rightarrow \vec{E}(R_1 < s < R_1 + D) = \frac{1}{\epsilon_r} \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{Ls} \hat{s}$$

$$\text{en } \vec{E}(R_1 + D < s < R_2) = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{Ls} \hat{s}$$

$$\text{want } \vec{E} = \frac{\vec{D}}{\epsilon} = \frac{\vec{D}}{\epsilon_r \epsilon_0}$$

f) 3/30 we bepalen ΔV want. De integraal heeft twee keer 2 bijdrage

$$V(R_1 + D) - V(R_1) = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \frac{1}{\epsilon_r} \ln\left(\frac{R_1 + D}{R_1}\right)$$

$$V(R_2) - V(R_1 + D) = - \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1 + D}\right)$$

f (Vervolg) /

4 (Vervolg)

$$\rightarrow V(R_2) - V(R_1)$$

$$= -\frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \left[\frac{1}{\epsilon_r} \ln\left(\frac{R_1+D}{R_1}\right) + \ln\left(\frac{R_2}{R_1+D}\right) \right]$$

$$\rightarrow |\Delta V| = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \frac{1}{\epsilon_r} \left[\ln\left(\frac{R_1+D}{R_1}\right) + \ln\left(\frac{R_2}{R_1+D}\right) + (\epsilon_r - 1) \ln\left(\frac{R_2}{R_1+D}\right) \right]$$

$$|\Delta V| = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{Q}{L} \frac{1}{\epsilon_r} \left[\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + (\epsilon_r - 1) \ln\left(\frac{R_2}{R_1+D}\right) \right]$$

$$C = \frac{Q}{|\Delta V|} \sqrt{\epsilon_r} \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + (\epsilon_r - 1) \ln\left(\frac{R_2}{R_1+D}\right)}$$

$$\frac{C}{C_0} = \epsilon_r \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) + (\epsilon_r - 1) \ln\left(\frac{R_2}{R_1+D}\right)}$$

$$\boxed{\frac{C}{C_0} = \epsilon_r \frac{1}{1 + (\epsilon_r - 1) \frac{\ln\left(\frac{R_2}{R_1+D}\right)}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}}$$

g) $\overline{D} \neq \epsilon_0 \overline{E} + \overline{P}$ 4/30 4 (Vervolg)

$$\rightarrow \overline{P} = \overline{D} - \epsilon_0 \overline{E}$$

$$\overline{P} \text{ f\"ur } (R_1 < S < R_1 + D) = \frac{Q}{2\pi L S} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right) \hat{s}$$

$$\sigma_{b,i} \neq \overline{P} \cdot \hat{n} \text{ mit } \hat{n} = -\hat{s} \text{ in } S = R_1$$

$$\rightarrow \sigma_{b,i} = \ominus \frac{Q}{2\pi L R_1} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$

$$\sigma_{b,o} = \overline{P} \cdot \hat{n} \text{ mit } \hat{n} = \hat{s} \text{ in } S = R_1 + D$$

$$\sigma_{b,o} = \oplus \frac{Q}{2\pi L (R_1 + D)} \left(1 - \frac{1}{\epsilon_r}\right)$$