

Eerste deoltoets Kansrekening
(Module Signalen en Onzekerheid, 201300182)
Vrijdag 19 februari 2015 van 13.45 - 15.15 uur

Deze toets bestaat uit 5 opgaven.
Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd.
Gebruik van boeken en rekenmachine is *niet* toegestaan.

1. Zij S de verzameling mogelijke uitkomsten van een experiment en P een functie die aan iedere deelverzameling E van S een reëel getal $P(E)$ toekent.
- a. Onder welke voorwaarden noemen we P een kans (of kansmaat)?
 - b. Bewijs dat voor alle deelverzamelingen E en F van S geldt

$$P(EF) \geq P(E) + P(F) - 1.$$

2. In een populatie heeft één procent van de individuen een bepaalde ziekte onder de leden. Door een bloedtest wordt in 90% van de gevallen de ziekte vastgesteld als een individu de ziekte daadwerkelijk heeft. Bij 10% van de individuen die de ziekte niet hebben reageert de bloedtest echter ook positief.

- a. Definieer relevante gebeurtenissen en geef de gegevens in formulevorm weer.
- b. Hoe groot is de kans dat een individu de ziekte heeft als de bloedtest positief uitvalt?
- c. Hoe groot is de kans dat een individu de ziekte niet heeft als de bloedtest een negatief resultaat geeft?

3. Zij X een discrete stochastische variabele met waardenbereik $S_X \subset \mathbb{Z}$ en kansfunctie $p(x)$. Laat verder g en h twee functies op $\mathbb{Z}$ zijn.

- a. Toon aan dat $E[g(X) + h(X)] = E[g(X)] + E[h(X)]$.

Neem nu aan dat de verdeling van X gegeven wordt door onderstaande kansfunctie, waarbij μ een parameter is:

$$p(x) = \frac{c\mu^x}{x!}, \quad x = 0, 1, \dots$$

- b. Bepaal c en $\text{Var}(X)$ (beide in termen van μ).
- c. Is X , met geschikt gekozen waarde voor μ , te gebruiken als model voor het aantal keren kop, wanneer we n keer een zuivere munt opgooien? Motiveer uw antwoord.

4. De stochastische variabele X is uniform verdeeld op het interval $[a, b]$ en heeft verwachtingswaarde 6 en variantie 12.

a. Bepaal a en b .

b. Geef de verdelingsfunctie F van X . Wanneer opgave a niet gelukt is, mag het antwoord in termen van a en b worden gegeven.

5. De stochastische variabele X is exponentieel verdeeld met verwachtingswaarde $1/2$, en zij $Y = X^2$.

a. Bepaal $P(-1 \leq X < 1)$.

b. Bepaal de kansdichtheid van Y .

Normering:

1		2			3			4		5		Totaal
a	b	a	b	c	a	b	c	a	b	a	b	
2	2	2	2	2	2	3	2	3	2	2	3	27

Deeltoetscijfer: $\frac{\text{Totaal}}{3} + 1$.