UNIVERSITEIT TWENTE
Faculteit Elektrotechniek, Wiskunde en Informatica

Tentamen Signalen en Transformaties op donderdag 24 maart 2016, 8.45 - 10.15 uur.

De uitwerkingen van de opgaven dienen duidelijk geformuleerd en overzichtelijk opgeschreven te worden. Bovendien dient U in alle gevallen uw antwoord te beargumenteren!

Bij dit tentamen mag U een eigen, handgeschreven, formuleblad (A4) gebruiken. Een grafische of programmeerbare rekenmachine is niet toegestaan.

---

1. Zij $f(t)$ de 2-periodieke functie die voldoet aan:

$$f(t) = e^{t+1}, \qquad \text{voor } t \in [-1, 1)$$

   a) Schets de functie $f(t)$ voor $t \in [-5, 5]$.

   b) Toon aan dat de complexe Fouriercoëfficiënten van $f(t)$ gelijk zijn aan:

$$f_k = \frac{i(-1)^k(e^2 - 1)}{2i + 2k\pi}$$

   voor $k \in \mathbb{Z}$.

   c) Bepaal de reële Fourierreeks van $f(t)$.

   d) Is f gelijk aan de reële Fourierreeks voor alle $t \in \mathbb{R}$?

   e) Bereken de gegeneraliseerde afgeleide $f'(t)$ van $f(t)$.

   f) Bepaal het vermogen van f.

2. Bepaal de convolutie van $f(t) = e^t\,\mathbb{1}(1 - t)$ en $g(t) = e^{-t}\,\mathbb{1}(1 + t)$ (rechtstreeks zonder gebruik te maken van Laplace/Fourier).

z.o.z.

3. We bekijken de vectorruimte van reëelwaardige continu differentieerbare functies f waarvoor geldt:

$$\int_0^2 t f^2(t)\mathrm{d}t < \infty$$

Op die ruimte definiëren we het volgende inproduct:

$$\langle f, g\rangle = \int_0^2 t f(t) g(t)\mathrm{d}t$$

a) Geef de definitie van een inproduct.

U is de deelruimte opgespannen door $\{f_1, f_2\}$ met

$$f_1(t) = 1, \qquad f_2(t) = t$$

b) Bepaal een orthonormale basis voor U.

c) Los op:

$$\min_{f\in U} \|f - g\|$$

met $g(t) = t^2$.

Voor de vraagstukken kunnen de volgende aantallen punten worden behaald:

Vraagstuk 1. 12 punten Vraagstuk 2. 6 punten Vraagstuk 3. 9 punten

Het cijfer wordt bepaald door bij het totaal der behaalde punten 3 punten op te tellen en dan door 3 te delen.