

Tentamen Analyse I voor TW (201300057)

29-01-2014

1. Laat $\{x_n\}$ een rij reële getallen zijn en zij $r \in \mathbb{R}$.

a. Geef de definitie van de $\limsup_{n \rightarrow \infty} x_n$.

b. Bewijs dat

$$\limsup_{n \rightarrow \infty} x_n < r \text{ impliceert } x_n < r$$

als n voldoende groot is.

2. Laat $x_0 \in (-1, 0)$ en $x_n = \sqrt{x_{n-1} + 1} - 1$ voor $n \in \mathbb{N}$. Laat zien dat $x_n \uparrow 0$ als $n \rightarrow \infty$.

3. Stel dat f en g continu differentieerbaar zijn, $f(0) = g(0)$ en $f'(x) \leq g'(x)$ voor alle $x \geq 0$. Laat zien dat $f(x) \leq g(x)$ voor alle $x \geq 0$.

4. Van een functie $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ is gegeven dat f continu is in 0 en dat

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} = 1.$$

a. Bewijs dat er een $\delta > 0$ bestaat zo dat voor alle $0 < |x| < \delta$ geldt:

$$\frac{1}{2}|x| < |f(x)| < \frac{3}{2}|x|.$$

b. Bewijs dat $f(0) = 0$.

c. Bewijs dat f differentieerbaar is in 0 en bepaal $f'(0)$.

5. Bepaal of de volgende oneigenlijke integraal bestaat:

$$\int_0^1 \frac{\cos 2x}{x^{3/4}} dx.$$

normering

1a. 3 2. 7 3. 7 4a. 2 5. 8

b. 4 b. 2

c. 3

totaal 36