

Kenmerk: EWI04/T-DWMP/21/dh

Tentamen Deterministische Modellen in de OR
Dinsdag 17 augustus 2004, 9.00 – 12.00 uur
vakcode 158075

Opmerking vooraf: Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie! Gebruik van de rekenmachine is niet toegestaan.

1. (4 punten)

Beschouw het volgende LP-probleem (P):

$$\begin{array}{ll} \max z = & 5x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 - 3x_2 \leq 1 \\ & x_1 - 4x_2 \leq 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

(a) Breng het probleem in standaardvorm.

(b) Los (P) op met de Simplexmethode.

2. (6 punten)

Gegeven is het volgende LP-probleem (P):

$$\begin{array}{ll} \max z = & -4x_1 - x_2 \\ \text{s.t.} & 4x_1 + 3x_2 \geq 6 \\ & x_1 + 2x_2 \leq 3 \\ & 3x_1 + 1x_2 = 3 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Het bijbehorende optimale tableau ziet er als volgt uit:

z	x_1	x_2	e_1	s_2	RHS
1	0	0	0	0.2	-3.6
0	0	1	0	0.6	1.2
0	1	0	0	-0.2	0.6
0	0	0	1	1	0

(a) Bepaal het bij (P) behorende duale LP-probleem (D).

(b) Geef de optimale oplossing van (P) en (D) (waarden variabelen en doelfunctie).

(c) Stel er komt een 3de variabele x_3 bij met als kolom voor de voorwaarden $a_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ en als doelfunctiecoëfficiënt $c_3 = -1$. Blijft de gegeven basis optimaal.

3. (4 punten)

Gephas gebruikt werkuren en materiaal om 3 produkten te produceren. Het resource gebruik en de verkoopprijzen van de produkten zijn

Resource	Prod.1	Prod.2	Prod.3
Werkuren	3	4	6
Materiaal	2	2	5
Verkoopprijs (Euro)	6	8	13

Momenteel zijn 60 eenheden van het materiaal beschikbaar. Verder kunnen maximaal 90 werkuren ingezet worden, ieder voor 1 Euro. Om Gephas profijt te maximaliseren moet het volgende LP opgelost worden:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & z = 6x_1 + 8x_2 + 13x_3 - L \\
 \text{s.t.} \quad & 3x_1 + 4x_2 + 6x_3 - L \leq 0 \\
 & 2x_1 + 2x_2 + 5x_3 \leq 60 \\
 & L \leq 90 \\
 & x_1, x_2, x_3, L \geq 0
 \end{aligned}$$

De output van LINDO voor dit LP is:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 6X1 + 8X2 + 13X3 - L \\
 \text{subject to} \quad & \\
 & 2) \quad 3X1 + 4X2 + 6X3 - L \leq 0 \\
 & 3) \quad 2X1 + 2X2 + 5X3 \leq 60 \\
 & 4) \quad L \leq 90
 \end{aligned}$$

LP optimum found at step 3

Objective function value

1) 97.500000

Variable	Value	Reduced cost
X1	0.000000	0.250000
X2	11.250000	0.000000
X3	7.500000	0.000000
L	90.000000	0.000000

Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	1.750000
3)	0.000000	0.500000
4)	0.000000	0.750000

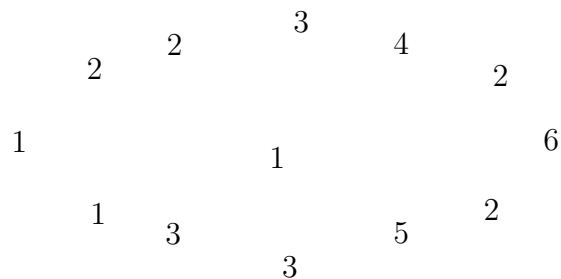
No. iterations = 3

Ranges in which the basis is unchanged:

Variable	obj coefficient ranges		
	current coef.	Allowable increase	Allowable decrease
X1	6.000000	0.250000	Infinity
X2	8.000000	0.666667	0.666667
X3	13.000000	3.000000	1.000000
L	-1.000000	Infinity	0.750000

Row	Righthand side ranges		
	current rhs.	Allowable increase	Allowable decrease
2	0.000000	30.000000	18.000000
3	60.000000	15.000000	15.000000
4	90.000000	30.000000	18.000000

- (a) Hoeveel zou Gephas maximaal voor één eenheid extra materiaal moeten betalen?
- (b) Hoeveel zou produkt 1 tenminste moeten opbrengen om het voor Gephas aantrekkelijk te maken om produkt 1 te produceren?
- (c) Hoe ziet de nieuwe optimale oplossing eruit, als produkt 3 nu 15 Euro opbrengt.
- (d) Zouden 100 werkuren ter beschikking staan, hoe zou dan het profijt van Gephas zijn?
4. (4 punten) Gegeven is het volgende netwerk met afstanden bij de betreffende pijlen.
- (a) Bepaal een kortste pad van punt 1 naar punt 6 met behulp van het algoritme van Dijkstra.
- (b) Formuleer het probleem als een transshipment probleem.



5. (4 punten)

Er zijn vier personen beschikbaar voor het uitvoeren van drie taken. De volgende tabel geeft voor elke persoon aan hoeveel tijd hij/zij kwijt is voor het uitvoeren van de betreffende taak.

		Taak		
		1	2	3
Persoon	1	22	18	30
	2	18	–	27
	3	16	22	–
	4	26	20	28

– betekent dat de betreffende persoon niet geschikt is voor de onderhavige taak. Elke taak moet door een persoon worden uitgevoerd en iedere persoon mag ten hoogste een taak krijgen toegewezen. Los dit probleem op m.b.v. de Hongaarse methode.

6. (5 punten)

Gegeven is een project met 8 activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn:

Activiteit	Predecessors	Tijd
A	—	9
B	—	2
C	B	3
D	A,C	8
E	B	4
F	D,E	4
G	D,E	9
H	F	1

- Geef het bijbehorende AOA netwerk.
- Bepaal het kritieke pad van het netwerk en de totale float en free float voor iedere activiteit.

7. (4 punten)

Een produkt kan op 4 verschillende machines gemaakt worden. Iedere machine heeft vaste opstartkosten, variabele produktiekosten per geproduceerde eenheid en een produktiecapaciteit (zie tabel)

machine	vaste kosten	var.kosten per eenheid	capaciteit
1	1000	20	900
2	920	24	1000
3	800	16	1200
4	700	28	1600

In totaal moeten er 2600 eenheden gemaakt worden. Het doel is deze te produceren met minimale kosten. Formuleer dit probleem als een ILP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en de doelfunctie.

8. **(5 punten)**

Een planner op de productie-afdeling van een klein bedrijf moet voor de komende 10 dagen een productieplan opstellen waarin wordt aangegeven wat in die 10 dagen geproduceerd moet worden. Het bedrijf produceert 3 verschillende producten P1, P2 en P3. De planner heeft voor elk van de producten de volgende data beschikbaar waarop hij zijn planning moet baseren.

- de verwachte productietijd per eenheid product (in dagen);
- de waarde van het product per eenheid.

De waarde is een subjectieve maat die de directie gebruikt om het belang van de artikelen aan te geven. Deze maat is gebaseerd op o.a. de verwachte winst per product en de belangrijkheid van de klanten die dat product afnemen.

	productietijd	waarde
P1	3	8
P2	4	11
P3	7	20

Formuleer een DP-probleem waarmee de planner de productie voor de komende 10 dagen kan bepalen zodanig dat de waarde van de te produceren goederen maximaal is. Definieer hiertoe

- fasen
- toestanden
- beslissingen
- kostenfunctie
- recurrente betrekking voor de kostenfunctie.

Bepaal de optimale oplossing voor het geformuleerde probleem.

Normering:

1.(a): 1 2.(a): 2 3.(a): 1 4.(a): 2 5. : 4 6.(a): 2 7.: 4 8.: 5
 (b): 3 (b): 2 (b): 1 (b): 2 (b): 3
 (c): 2 (c): 1
 (d): 1

Totaal: 36 + 4 = 40 punten.

Hulpmiddel: Tableau behorende bij een basis B

z	BV	NBV	RHS
1	0	$c_{BV}B^{-1}N - c_{NBV}$	$c_{BV}B^{-1}b$
0	I	$B^{-1}N$	$B^{-1}b$