

Kenmerk : TW2010/DWMP/104/ha

Vak : Deterministische Modellen in de OR

Vakcode : 158075

Datum : 21 juni 2010

Tijdstip : 13.45-16.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. [5 pt] ↵

Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{array}{ll} \max z = & 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1 + 2x_2 = 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Los het LP op met de 2-fasenmethode.

2. Gegeven is het volgende LP-probleem (P):

$$\begin{array}{ll} \max z = & 3x_1 + 2x_2 - x_3 \\ \text{s.t.} & 2x_1 + x_2 + x_3 = 8 \\ & x_1 + x_2 \leq 10 \\ & x_1 + 3x_2 \geq 20 \\ & x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{array}$$

Het bijbehorende optimale tableau ziet er als volgt uit:

z	x_1	x_2	x_3	s_2	e_3	RHS
1	1		3			16
		5	3		1	4
	-1		-1	1		2
	2	1	1			8

(a) [2 pt] ↵ Bepaal het bij (P) behorende duale LP-probleem (D).

(b) [2 pt] Geef de optimale oplossing van (P) en (D) (waarden variabelen en doel-functie).

(c) [2 pt] ↵? Stel de doelfunctiecoëfficiënt van x_3 wordt $-1 + \Delta$. Voor welke waarden van Δ blijft de gegeven basis optimaal?

(d) [2 pt] ↵? Stel er komt een 4e variabele x_4 bij met als kolom voor de voorwaarden $a_4 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ en als doelfunctiecoëfficiënt c_4 . Voor welke waarden van c_4 blijft de gegeven basis optimaal?

3. Welke van de volgende beweringen zijn waar en welke onwaar (licht uw antwoord toe!).
- (a) [1 pt] Als een LP-probleem twee optimale oplossingen heeft: \bar{x} en $\bar{\bar{x}}$, dan is ook $x = \frac{1}{2}\bar{x} + \frac{1}{2}\bar{\bar{x}}$ een optimale oplossing.
- (b) [1 pt] ? Als een LP-probleem aan het eind van fase 1 geen toegelaten oplossing heeft, heeft het duale probleem ook geen toegelaten oplossing.
- (c) [1 pt] Een maximale-stroom-probleem (*max-flow-problem*) is een speciaal geval van een LP-probleem.
4. Gephas produceert tools op twee plekken voor 3 klanten. De kosten (inclusief productiecosten) om 1000 tools bij de klant te brengen zijn als volgt:

Bestemming	klant 1	klant 2	klant 3
1	€60	€30	€160
2	€130	€70	€170

Klant 1 en klant 3 betalen €200 per 1000 tools en klant 2 €150. Om 1000 tools te produceren zijn op plek 1, 200 uren nodig en op plek 2, 300 uren. In totaal zijn 5500 uren voor beide plekken samen ter beschikking. Extra uren kunnen voor €20 per uur bijgekocht worden. Plek 1 kan 10.000 tools produceren en plek 2, 12.000 tools. Om Gephas winst te maximaliseren moet een LP opgelost worden. De output van LINDO voor dit LP is:

$$\begin{aligned}
 \max \quad & 140 X_{11} + 120 X_{12} + 40 X_{33} + 70 X_{12} + 80 X_{22} + 30 X_{23} - 20 L \\
 \text{subject to} \quad & \\
 & 2) X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 10 \\
 & 3) X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 12 \\
 & 4) 200 X_{11} + 200 X_{12} + 200 X_{13} + 300 X_{21} + 300 X_{22} + 300 X_{23} \\
 & \qquad \qquad \qquad -L \leq 5500
 \end{aligned}$$

LP optimum found at step 2

Objective function value		
1) 2333.3330		
Variable	Value	Reduced cost
X11	10.000000	0.000000
X12	0.000000	20.000000
X13	0.000000	100.000000
X21	0.000000	10.000000
X22	11.666670	0.000000
X23	0.000000	50.000000
L	0.000000	19.733330
Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	86.666660
3)	0.333333	0.000000
4)	0.000000	0.266667

No. iterations = 2

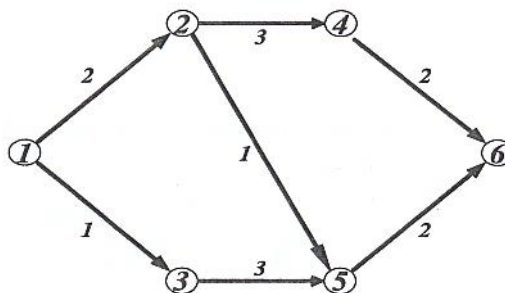
Ranges in which the basis is unchanged:

Variable	obj coefficient ranges		
	current coef.	Allowable increase	Allowable decrease
X11	140.000000	Infinity	20.000000
X12	120.000000	20.000000	Infinity
X13	40.000000	100.000000	Infinity
X21	70.000000	10.000000	Infinity
X22	80.000000	130.000000	10.000000
X23	30.000000	50.000000	Infinity
L	-20.000000	19.733330	Infinity

Row	Righthand side ranges		
	current rhs.	Allowable increase	Allowable decrease
2	10.000000	17.500000	5.000000
3	12.000000	Infinity	0.333333
4	5500.000000	100.000000	3500.000000

- (a) [1 pt] ✖ Als het produceren en vervoeren van plek 1 naar klant 1, €70 zou kosten, hoe ziet de nieuwe optimale oplossing er dan uit?
- (b) [1 pt] ✖ Als de kosten voor een extra uur verlaagd worden van €20 naar €4, gaat Gephas dan extra uren bijkopen?
- (c) [1 pt] ✖ Een consultancy bedrijf biedt aan om voor €400 de productiecapaciteit van plek 1 met 5000 tools te verhogen. Moet Gephas dit aanbod aannemen?
- (d) [1 pt] Als Gephas 5 uur extra krijgt, hoe groot is dan de winst?

5. Beschouw onderstaand netwerk.



- (a) [3 pt] ? Bepaal een kortste pad van punt 1 naar punt 6 met behulp van het algoritme van Dijkstra.
- (b) [2 pt] Formuleer het probleem uit (a) als een transshipment probleem.

6. [5 pt]

Een bedrijf bouwt een fabriek waar twee producten P1 en P2 geproduceerd worden. De fabriek heeft een capaciteit van 10.000 producten. Voor de opslag van goederen bestaan twee mogelijke oplossingen:

Hal 1 kost €120.000 en hal 2 kost €280.000. Er moet precies één van de twee hallen gebouwd worden. Kiest de fabriek voor hal 1, dan moeten tenminste 3 keer zoveel producten van P1 als van P2 gemaakt worden. Het bedrijf verwacht per product P1 een winst van €6000 en per product P2 een winst van €8000. Het doel is maximale winst te maken. Formuleer dit probleem als een ILP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en van de doelfunctie.

7. [6 pt]

Een meubelbedrijf moet in 3 maanden de volgende aantallen bureau's afleveren: maand 1: 200; maand 2: 300; maand 3: 300. Voor ieder geproduceerd bureau in maand 1 en 2 zijn de variabele productiecosten €100 en voor ieder bureau geproduceerd in maand 3 is dit €120. De opslagkosten zijn €15 voor ieder bureau dat aan het einde van de maand op voorraad ligt. De opstartkosten voor productie bedragen elke maand €2500 (alleen als er die maand ook wordt geproduceerd). Bureau's die in een bepaalde maand gemaakt worden kunnen die maand ook al geleverd worden. Wij gaan er vanuit dat de productie per maand een veelvoud van 100 is en dat er aan het begin van maand 1 geen beginvoorraad is.

Het doel is de gevraagde bureau's zo goedkoop mogelijk te leveren.

Los dit probleem op met dynamisch programmeren. Definieer hiertoe de fasen, toestanden, beslissingen, kostenfunctie en recurrente betrekking voor de kostenfunctie.

Totaal: 36 + 4 = 40 punten

Hulpmiddel: Tableau behorende bij een basis BV , uitgedrukt in termen van het starttableau

z	BV	NBV	RHS
1	0	$c_{BV}B^{-1}N - c_{NBV}$	$c_{BV}B^{-1}b$
0	I	$B^{-1}N$	$B^{-1}b$