Kenmerk : TW2010/DWMP/106/ha

Vak : **Deterministische Modellen in de OR**

Vakcode : 158075
Datum : 23 augustus 2010
Tijdstip : 13.45–16.45 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. Beschouw het volgende LP-probleem (P):

$$\begin{array}{llrcrcr}
\max & z = & 2x_1 & + & x_2 & & \\
\text{s.t.} & & x_1 & + & x_2 & \leq & 15 \\
 & & -x_1 & + & x_2 & \geq & 3 \\
 & & 2x_1 & - & x_2 & \geq & 1 \\
 & & & & x_1, x_2 & \geq & 0
\end{array}$$

(a) [5 pt] Los (P) op met de 2-fasenmethode.

(b) [2 pt] Bepaal het bij (P) behorende duale LP-probleem (D).

2. Gegeven is het volgende LP-probleem (P):

$$\begin{array}{llrcrl}
\max & z = & 3x_1 & + & 2x_2 & \\
\text{s.t.} & & 2x_1 & + & x_2 & \leq 100 \\
 & & x_1 & + & x_2 & \leq 80 \\
 & & x_1 & & & \leq 40 \\
 & & & & x_1, x_2 & \geq 0
\end{array}$$

Het bijbehorende optimale tableau ziet er als volgt uit:

z	x_1	x_2	s_1	s_2	s_3	RHS
1	0	0	1	1	0	180
0	1	0	1	−1	0	20
0	0	1	−1	2	0	60
0	0	0	−1	1	1	20

(a) [3 pt] Bepaal het bij (P) behorende duale LP-probleem (D) en geef de optimale oplossing van (P) en (D) (waarden variabelen en doelfunctie).

(b) [2 pt] Voor welke waarden van de doelfunctiecoëfficiënt van x_1 blijft de gegeven basis optimaal?

(c) [2 pt] ? Bepaal de optimale oplossing als de RHS van de 1e constraint verandert van 100 naar 90.

(d) [2 pt] ? Stel er komt een 3e variabele x_3 bij met als kolom voor de voorwaarden $a_3 = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}$ en als doelfunctiecoëfficiënt $3\frac{1}{2}$. Ga na of in de optimale oplossing $x_3 > 0$ is.

4. Giapetto verkoopt houten soldaatjes en houten treintjes. Om een soldaatje te maken zijn 3 eenheden hout en 2 arbeidsuren nodig en voor een houten treintje zijn dit 5 eenheden hout en 4 arbeidsuren. Giapetto beschikt over 145.000 eenheden hout en over 90.000 arbeidsuren. Er kunnen maximaal 50.000 soldaatjes en maximaal 50.000 treintjes worden verkocht tegen een prijs van resp. €32 en €55 per stuk. Naast het zelf produceren van soldaatjes en treintjes, kan Giapetto deze ook van een andere producent kopen tegen resp. €27 en €50 per stuk. Laat:
SM = aantal geproduceerde soldaatjes (× 1.000)
SB = aantal gekochte soldaatjes (× 1.000)
TM = aantal geproduceerde treintjes (× 1.000)
TB = aantal gekochte treintjes (× 1.000)
Om Giapetto's winst te maximaliseren moet een LP opgelost worden.

De output van LINDO voor dit LP is:

```
        MAX  32 SM + 55 TM + 5 SB + 5 TB
SUBJECT TO
         2)  3 SM + 5 TM <= 145
         3)  2 SM + 4 TM <= 90
         4)  SM + SB <= 50
         5)  TM + TB <= 50
        END

LP OPTIMUM FOUND AT STEP 4

        OBJECTIVE FUNCTION VALUE

        1) 1715.0000

VARIABLE      VALUE      REDUCED COST
      SM  45.000000          0.000000
      TM   0.000000          4.000000
      SB   5.000000          0.000000
      TB  50.000000          0.000000

ROW   SLACK OR SURPLUS    DUAL PRICES
  2)         10.000000       0.000000
  3)          0.000000      13.500000
  4)          0.000000       5.000000
  5)          0.000000       5.000000
```

NO. ITERATIONS = 2

RANGES IN WHICH THE BASIS IS UNCHANGED:

OBJ COEFFICIENT RANGES

VARIABLE	*CURRENT COEF*	*ALLOWABLE INCREASE*	*ALLOWABLE DECREASE*
SM	*32.000000*	*INFINITY*	*2.000000*
TM	*55.000000*	*4.000000*	*INFINITY*
SB	*5.000000*	*2.000000*	*5.000000*
TB	*5.000000*	*INFINITY*	*4.000000*

RIGHTHAND SIDE RANGES

ROW	*CURRENT RHS*	*ALLOWABLE INCREASE*	*ALLOWABLE DECREASE*
2	*145.000000*	*INFINITY*	*10.000000*
3	*90.000000*	*6.666667*	*90.000000*
4	*50.000000*	*INFINITY*	*5.000000*
5	*50.000000*	*INFINITY*	*50.000000*

(a) [1 pt] Wat is het maximale bedrag dat Giapetto zal betalen voor 10.000 extra eenheden hout?

(b) [1 pt] Als er maar 80.000 arbeidsuren beschikbaar zouden zijn, wat zou dan Giapetto's winst zijn?

(c) [1 pt] Als de treintjes die Giapetto kan kopen geen €50 per stuk kosten maar €53 per stuk, hoe ziet de optimale oplossing er dan uit?

(d) [2 pt] Stel dat de soldaatjes die Giapetto kan kopen €28 per stuk kosten en de treintjes €45 per stuk, terwijl de soldaatjes verkocht kunnen worden voor €31 per stuk en de treintjes voor €54 per stuk. Blijft de huidige basis dan optimaal?

5. Gegeven is een project met 8 activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn:

Activiteit	Predecessors	Tijd
A	—	3
B	—	3
C	—	1
D	AB	3
E	AB	3
F	BC	2
G	DE	4
H	E	3

(a) [2 pt] Geef een bijbehorend AOA netwerk.

(b) [2 pt] Bepaal het kritieke pad van het netwerk en de totale float en free float voor iedere activiteit.

6. [6 pt]

Een bedrijf produceert twee soorten veevoer. Beide soorten bestaan uit twee bestanddelen: tarwe en alfalfa. De eerst soort veevoer brengt €1,50 per kg op en moet uit minstens 80% tarwe bestaan en de tweede soort brengt €1,30 per kg op en moet uit minstens 60% alfalfa bestaan. Als het bedrijf besluit om meer veevoer van soort 1 te produceren dan van soort 2, dan moet het geproduceerde veevoer 1 zelfs uit minstens 90% tarwe bestaan. Het bedrijf kan maximaal 1.000 kg tarwe kopen à €0,50 per kg en maximaal 800 kg alfalfa à €0,40 per kg. Het doel is maximale winst te maken. Formuleer dit probleem als een (I)LP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en van de doelfunctie.

7. [5 pt]

Een bedrijf produceert tafels. De vraag naar deze tafels in de komende vijf maanden is gegeven door de vector $\mathbf{d} = (10, 60, 20, 140, 90)$. Elke maand moet aan deze vraag worden voldaan. De vaste kosten voor productie zijn €50 per maand (alleen als er in die maand daadwerkelijk wordt geproduceerd). De variabele productiekosten zijn €10 per tafel. Het opslaan van tafels kost €0,40 per tafel per maand. Bij aanvang van maand 1 zijn er geen tafels in voorraad.

Gebruik het Wagner-Whitin-Algoritme om het optimale productieschema (met minimale kosten) te bepalen.

Definieer hiertoe eerst de fasen, toestanden, beslissingen, kostenfunctie en recurrente betrekking voor de kostenfunctie.

Totaal: 36 + 4 = 40 punten

Hulpmiddel: Tableau behorende bij een basis BV, uitgedrukt in termen van het starttableau

z	BV	NBV	RHS
1	0	$\mathbf{c}_{BV}B^{-1}N - \mathbf{c}_{NBV}$	$\mathbf{c}_{BV}B^{-1}\mathbf{b}$
0	I	$B^{-1}N$	$B^{-1}\mathbf{b}$