

Kenmerk: EWI-TW2011/DMMP/018/GP

Tentamen Deterministische Modellen in de OR
Woensdag 24 augustus 2011, 13.45 – 16.45 uur
vakcode 191580751/2

Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie!
Gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.

1. (4 punten)

Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{array}{ll} \max & z = 2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} & x_1 + x_2 \leq 5 \\ & x_1 + x_2 \geq 3 \\ & x_1 + 2x_2 = 8 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Los het LP op met de 2-fasenmethode.

2. (7 punten)

Beschouw het volgende LP-probleem:

$$\begin{array}{ll} \text{(P) max} & z = 3x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} & 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ & 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ & 4x_1 + 2x_2 = 7 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{array}$$

Het oplossen van (P) met de simplexmethode levert het volgende eindtableau op:

z	x_1	x_2	s_1	e_2	RHS
1	0	0	0	1	9/2
0	0	0	1	0	1/2
0	0	1	0	-2	3/2
0	1	0	0	1	1

(a) Bepaal het duale probleem (D) van (P) en geef de optimale oplossingen (inclusief de waarden van de beslissingsvariabelen) voor (P) en (D).

(b) Voor welke waarden van de RHS van de 3^e voorwaarde (b_3) blijft de basis uit het eindtableau optimaal en hoe ziet de nieuwe optimale oplossing er uit wanneer b_3 de waarde $15/2$ krijgt?

(c) Stel er komt een nieuwe variabele x_3 bij het LP met bijbehorende kolom $a_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ en doelfunctiecoëfficiënt c_3 . Voor welke waarden van c_3 blijft de basis uit het eindtableau optimaal?

3. (5 punten)

CLEAN produceert wasmachines en wasdrogers op twee productieplekken, één in Boekelo en één in Haaksbergen. De totale productiecapaciteit in Boekelo is 800 en in Haaksbergen 1000. CLEAN verwacht van beide typen machines 900 te kunnen verkopen. De opbrengst afhankelijk van het type en de locatie van de productie is als volgt:

	wasmachines	wasdrogers
Boekelo	600 €	800 €
Haaksbergen	1000 €	1300 €

Voor de totale productie staan maximaal 4000 werkuren van personeel ter beschikking en de benodigde hoeveelheid werk afhankelijk van het type en de locatie van de productie is als volgt:

	wasmachines	wasdrogers
Boekelo	2 uur	2 uur
Haaksbergen	3 uur	4 uur

Een werkuur kost 20 €. CLEAN wil de productie zo opzetten dat de winst maximaal wordt. Het bijbehorende LP en de LINDO output zijn als volgt:

$$\begin{aligned} &\max \quad 600 X_{BM} + 1000 X_{HM} + 800 X_{BD} + 1300 X_{HD} - 20 W \\ &\text{subject to} \\ &2) \quad 2 X_{BM} + 3 X_{HM} + 2 X_{BD} + 4 X_{HD} - W \leq 0 \\ &3) \quad X_{BM} + X_{BD} \leq 800 \\ &4) \quad X_{HM} + X_{HD} \leq 1000 \\ &5) \quad X_{BM} + X_{HM} \leq 900 \\ &6) \quad X_{BD} + X_{HD} \leq 900 \\ &7) \quad W \leq 4000 \end{aligned}$$

LP optimum found at step 3

Objective function value

1) 1360000.00

Variable	Value	Reduced cost
XBM	0.000000	200.000000
XHM	800.000000	0.000000
XBD	800.000000	0.000000
XHD	0.000000	33.333370
W	4000.000000	0.000000

Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	333.333300
3)	0.000000	133.333300
4)	200.000000	0.000000
5)	100.000000	0.000000
6)	100.000000	0.000000
7)	0.000000	313.333300

Ranges in which the basis is unchanged:

Variable	obj coefficient ranges		
	current coef.	Allowable increase	Allowable decrease
XBM	600.000000	200.000000	Infinity
XHM	1000.000000	200.000000	25.000030
XBD	800.000000	Infinity	133.333300
XHD	1300.000000	33.333370	Infinity
W	-20.000000	Infinity	313.333300

Row	Righthand side ranges		
	current rhs.	Allowable increase	Allowable decrease
2	0.000000	300.000000	2400.000000
3	800.000000	100.000000	150.000000
4	1000.000000	Infinity	200.000000
5	900.000000	Infinity	100.000000
6	900.000000	Infinity	100.000000
7	4000.000000	300.000000	2400.000000

- Als er maar 3000 werkuren ter beschikking zouden staan, wat zou dan de winst van CLEAN zijn?
- Stel een extern bedrijf biedt aan om voor 5000 € de capaciteit in Boekelo van 800 naar 850 te verhogen. Moet CLEAN dit aanbod aannemen?
- Met hoeveel zou de opbrengst van wasdrogers in Haaksbergen moeten groeien, voordat het voor CLEAN gunstig wordt, om wasdrogers in Haaksbergen te produceren?
- Wat is het maximum wat CLEAN voor een extra werkuur zou moeten betalen?

4. (5 punten)

Gegeven is een project met 7 activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn

Activiteit	A	B	C	D	E	F	G
Voorganger	–	A	B	B	B	E	C,F
Bewerkingstijd	5	8	10	5	4	5	3

- (a) Geef het bijbehorende AOA project netwerk.
 (b) Bepaal het kritieke pad van het AOA netwerk en de total float en free float voor iedere activiteit.

5. (6 punten)

Het bedrijf DetMOR verkoopt ILP solvers. De jaarlijkse vraag naar ILP solvers is als volgt; Europa: 100.000; Azië: 150.000; Afrika: 110.000; Amerika: 90.000. DetMOR overweegt de solvers in vier verschillende steden te laten produceren: Enschede, Tokio, New York en Durban. De produktiekosten voor een ILP solver samen met de kosten om de solver naar de regio's te transporteren zijn als volgt:

	Europa	Azië	Afrika	Amerika
Enschede	10	30	28	24
Tokio	34	18	23	36
New York	22	32	28	14
Durban	22	21	8	31

In iedere stad kunnen 150.000 ILP solvers per jaar geproduceerd worden. De jaarlijkse vaste kosten om een productie eenheid in de steden te hebben, zijn als volgt

	Enschede	Tokio	New York	Durban
vaste kosten	6.000.000	5.500.000	5.800.000	6.200.000

Minstens 50.000 ILP solvers van de vraag uit Afrika moet uit Durban komen of minstens 50.000 ILP solvers van de vraag uit Afrika moet uit Enschede komen.
 Formuleer een geheeltallig lineair programma (ILP), waarmee DetMOR de jaarlijkse kosten kan minimaliseren om aan de vraag naar ILP solvers te voldoen.
 Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van de voorwaarden en de doelfunctie.

6. (5 punten)

Het bedrijf Aarts HFM produceert tafels. De vraag naar deze tafels in de komende vijf maanden is gegeven door respectievelijk 10, 60, 20, 140 en 90. Elke maand moet aan deze vraag worden voldaan. De vaste kosten voor productie zijn €50 per maand (alleen als er in die maand daadwerkelijk wordt geproduceerd). De variabele productiekosten zijn €10 per tafel. Het opslaan van tafels kost €0,40 per tafel per maand. Bij aanvang van maand 1 zijn er geen tafels op voorraad.

Gebruik het Wagner-Whitin-Algorithm om het optimale productieschema (met minimale kosten) voor Aarts HFM te bepalen.

Definieer hiertoe eerst de fasen, toestanden, beslissingen, kostenfunctie en recurrente betrekking voor de kostenfunctie.

7. (4 punten)

Welke van de vier volgende beweringen zijn waar en welke onwaar. Motiveer de antwoorden!

- (a) Stel een LP-probleem heeft twee optimale oplossingen: $\mathbf{x} = \bar{\mathbf{x}}$ en $\mathbf{x} = \bar{\bar{\mathbf{x}}}$. Dan is ook $\mathbf{x} = \frac{1}{2}\bar{\mathbf{x}} + \frac{1}{2}\bar{\bar{\mathbf{x}}}$ een optimale oplossing.
- (b) Als de coëfficiënten van de doelfunctie van een maximalisatie LP-probleem in kanonieke vorm alle niet-positief zijn, heeft het duale LP-probleem altijd een toegelaten oplossing.
- (c) Als een LP-probleem aan het eind van fase 1 geen toegelaten oplossing heeft, heeft het duale probleem ook geen toegelaten oplossing.
- (d) Een maximale-stroom probleem (max-flow) is een speciaal geval van een LP-probleem.

Normering:

1. : 4 2.(a): 2 3.(a): 1 4.(a): 2 5. : 6 6. : 5 7.: 4
 (b): 3 (b): 2 (b): 3
 (c): 2 (c): 1
 (d): 1

Totaal: 36 + 4 = 40 punten.

Hulpmiddel: Tableau behorende bij een basis BV , uitgedrukt in termen van het starttableau

z	BV	NBV	RHS
1	0	$\mathbf{c}_{BV}B^{-1}N - \mathbf{c}_{NBV}$	$\mathbf{c}_{BV}B^{-1}\mathbf{b}$
0	I	$B^{-1}N$	$B^{-1}\mathbf{b}$