

Tentamen Deterministische Modellen in de OR (191580751 & 191580752)

Vrijdag, 28 juni 2013, 8:45 – 11:45 h

- Geef bij elke opgave een volledige en duidelijke uitwerking inclusief argumentatie!
- Gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.
- In totaal zijn er 45 punten + 5 bonus punten te halen.

1. Gegeven is het volgende LP:

$$\begin{array}{ll} \text{maximize} & x_1 + x_2 \\ \text{subject to} & x_1 + 2x_2 \leq 5, \\ & x_1 \leq 3, \\ & -x_1 + x_2 \leq 1, \\ & x_1, x_2 \geq 0. \end{array}$$

- (a) (1 punt) Teken het toegelaten gebied van het LP.
- (b) (1 punt) Breng het LP op standaardvorm.
- (c) (6 punten) Los het LP met de simplex methode op.
- (d) (2 punten) Stel dat de doelfunctie van het LP door $x_1 + ax_2$ wordt vervangen voor een reëel getal a . Voor welke waarden voor a blijft de basis optimaal? Als de basis optimaal blijft, wat is dan de waarde van de doelfunctie van de optimale oplossing?
- Tip:* Je mag de tekening uit deel (a) ervoor gebruiken.
2. (a) (4 punten) Bepaal het duale LP van het LP uit Opgave 1.
- (b) (2 punten) Geef een optimale oplossing voor het duale LP aan. (Hiervoor hoeft de simplex methode niet te gebruiken. Je mag wel je resultaten uit Opgave 1 gebruiken.)
3. (5 punten) Voer de Hongaarse methode uit om een *minimum-weight perfect matching* voor de volgende bipartiete graaf te vinden: De punten van de graaf zijn $\{A, B, C\} \cup \{a, b, c\}$. De kosten van een lijn zijn in de volgende tabel gegeven.

	a	b	c
A	0	7	8
B	4	5	5
C	1	3	5

4. Muller & Muller produceert tools op twee plekken voor drie klanten. De kosten (inclusief productiekosten) om 1000 tools bij de klant te brengen zijn in de volgende tabel gegeven.

bestemming	klant 1	klant 2	klant 3
A	60€	30€	160€
B	130€	70€	170€

Klant 1 en klant 3 betalen 200€ per 1000 tools en klant 2 betaalt 150€ per 1000 tools. Om 1000 tools te produceren zijn op plek A 200 uren nodig en op plek B 300 uren. In totaal zijn 5500 uren voor beide plekken samen ter beschikking. Extra uren kunnen voor 20€ per uur bijgekocht worden. Plek A kan 10.000 tools produceren en plek B 12.000 tools. Om Muller & Mullers winst te maximaliseren moet een LP opgelost worden. De output van LINDO voor dit LP is als volgt.

max $140 X_{11} + 120 X_{12} + 40 X_{13} + 70 X_{21} + 80 X_{22} + 30 X_{23} - 20 L$
 subject to
 2) $X_{11} + X_{12} + X_{13} \leq 10$
 3) $X_{21} + X_{22} + X_{23} \leq 12$
 4) $200 X_{11} + 200 X_{12} + 200 X_{13} + 300 X_{21} + 300 X_{22} + 300 X_{23} - L \leq 5500$

Objective function value: 2333.3330

Variable	Value	Reduced cost
X11	10.000000	0.000000
X12	0.000000	20.000000
X13	0.000000	100.000000
X21	0.000000	10.000000
X22	11.666670	0.000000
X23	0.000000	50.000000
L	0.000000	19.733330

Row	Slack or surplus	Dual prices
2)	0.000000	86.666660
3)	0.333333	0.000000
4)	0.000000	0.266667

Ranges in which the basis is unchanged:

Variable	current coef.	obj coefficient ranges	
		Allowable increase	Allowable decrease
X11	140.000000	Infinity	20.000000
X12	120.000000	20.000000	Infinity
X13	40.000000	100.000000	Infinity
X21	70.000000	10.000000	Infinity
X22	80.000000	130.000000	10.000000
X23	30.000000	50.000000	Infinity

L -20.000000 19.733330 Infinity

Row	current	righthand side ranges	
		Allowable	Allowable
	rhs.	increase	decrease
2	10.000000	17.500000	5.000000
3	12.000000	Infinity	0.333333
4	5500.000000	100.000000	3500.000000

- (a) (1 punt) Als het produceren en vervoeren van plek A naar klant 1 70€ zou kosten, hoe ziet de nieuwe optimale oplossing er dan uit?
- (b) (1 punt) Als de kosten voor een extra uur verlaagd worden van 20€ naar 4€, gaat Muller & Muller dan extra uren bijkopen?
- (c) (1 punt) Een consultancy bedrijf biedt aan om voor 400€ de productiecapaciteit van plek A met 5000 tools te verhogen. Moet Muller & Muller dit aanbod aannemen?
- (d) (1 punt) Als Muller & Muller 5 uur extra krijgt, hoe groot is dan de winst?

5. Gegeven is een project met zes activiteiten, waarvoor de volgende gegevens bekend zijn:

activiteit	predecessors	tijd
A	—	2
B	A	4
C	—	3
D	A,C	9
E	D	8
F	B, E	3

- (a) (2 punten) Geef het bijbehorende AoA netwerk.
- (b) (3 punten) Bepaal een kritieke pad van het netwerk en de totale float and free float voor iedere activiteit.

6. (5 punten)

Een bedrijf produceert laptops and PCs. Het bedrijf heeft 10.000 werkuren ter beschikking. Een PC kost 50 werkuren, een laptop kost 65 werkuren. Het bedrijf maakt een winst van 100 € per PC en een winst van 120 € per laptop.

Om de kosten in de gaten te houden wil het bedrijf of 0 PCs of tenminste 10 PCs produceren en ook of 0 laptops of tenminste 10 laptops produceren.

Het doel van het bedrijf is om maximale winst te maken.

Formuleer dit probleem als een ILP. Geef een duidelijke definitie van de variabelen en een duidelijke verklaring van alle voorwaarden en van de doelfunctie.

7. Welke van de volgende beweringen zijn waar en welke onwaar? Motiveer de antwoorden.

- (a) (2 punten) Stel dat een LP twee verschillende optimale toegelaten basisoplossingen (TBO) heeft. Dan heeft dit LP oneindig veel optimale oplossingen.
- (b) (2 punten) Stel dat een IP twee verschillende optimale oplossingen heeft. Dan heeft dit IP oneindig veel optimale oplossingen.
- (c) (2 punten) Stel dat een LP geen optimale oplossing heeft. Dan heeft ook het duale LP van dit LP geen optimale oplossing.
- (d) (2 punten) Stel dat een LP geen toegelaten oplossing heeft. Dan heeft ook het duale LP van dit LP geen toegelaten oplossing.
- (e) (2 punten) Stel dat een graph met gewichten op de edge een unieke lichtste edge heeft. Dan is deze edge deel van elke minimaal opspannende boom.