Kenmerk : TW2004/DWMP/10/ha
Datum : 16 november 2004

Vak : **Discrete Wiskunde I voor TW/INF/BIT/TEL**
Vakcode : 152161
Datum : 2 december 2004
Tijdstip : 9.00-12.00 uur

Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.
Gebruik van een (grafische) rekenmachine is toegestaan (ter controle).
Bij dit tentamen is een formuleblad gevoegd.

1. (a) [2 pt] Op hoeveel manieren kunnen de letters in het woord COLLEGEBEZOEK gerangschikt worden?

   (b) [2 pt] Op hoeveel manieren kunnen de letters in het woord COLLEGEBEZOEK gerangschikt worden zodanig dat alle klinkers naast elkaar staan?

   (c) [3 pt] Op hoeveel manieren kunnen de letters in het woord COLLEGEBEZOEK gerangschikt worden zodanig dat er geen twee (of meer) E's naast elkaar staan?

2. (a) [3 pt] Op hoeveel manieren kunnen 25 identieke boeken verdeeld worden onder 4 studenten zodanig dat iedere student tenminste twee boeken krijgt?

   (b) [2 pt] Op hoeveel manieren kunnen 5 verschillende objecten verdeeld worden over 3 verschillende containers?

3. (a) [3 pt] Laat met behulp van een waarheidstabel zien dat de volgende formule een tegenspraak is:

$$(\neg p \rightarrow (q \wedge \neg q)) \wedge (p \rightarrow (\neg p \wedge r)).$$

   (b) [4 pt] Bewijs de geldigheid van het volgende argument met behulp van de “Laws of Logic” en de “Rules of Inference“:

$$\begin{array}{l} p \rightarrow (q \rightarrow r) \\ \neg(r \vee s) \\ p \vee s \\ \hline \therefore \neg q \end{array}$$

4. (a) [4 pt] Bewijs de geldigheid van het volgende argument met behulp van de “Laws of Logic”, de “Rules of Inference“ en de aanvulling hierop m.b.t. quantoren.

$$\begin{array}{l} \forall x[(q(x) \vee r(x)) \rightarrow \neg p(x)] \\ \exists x\, p(x) \\ \hline \therefore \neg \forall x\, r(x) \end{array}$$

   (b) [2 pt] Toon m.b.v. een tegenvoorbeeld aan dat het volgende argument *ongeldig* is:

$$\begin{array}{l} \neg \exists x[p(x) \wedge \neg q(x)] \\ \exists x[q(x) \wedge r(x)] \\ \hline \therefore \exists x[p(x) \wedge r(x)] \end{array}$$

z.o.z

5. Laat de verzamelingen A en B gegeven zijn door $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ en $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$.

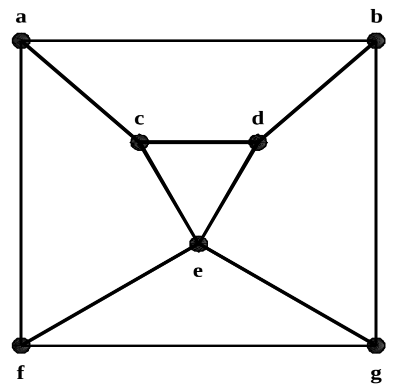
   (a) [2 pt] Bepaal de machtsverzameling $\mathcal{P}(A - B)$.

   (b) [2 pt] Hoeveel deelverzamelingen van $A \cup B$ bevatten het element 5?

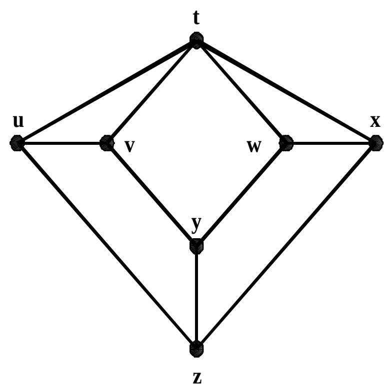
6. [4 pt]
   Bewijs met behulp van het principe van mathematische inductie dat voor alle $n \geq 1$ geldt: $\sum_{i=1}^{n} (2i - 1)^3 = 2n^4 - n^2$.

7. [4 pt]
   $G = (V, E)$ is een graaf met $|E| = 25$. G heeft twee punten van graad 1 en vijf punten van graad 2. De overige punten van G hebben graad 3 of hoger. Bepaal de maximale waarde van $|V|$.

8. Beschouw onderstaande grafen G_1 en G_2.



Figuur 1: De graaf G_1



Figuur 2: De graaf G_2

   (a) [1 pt] Hoeveel opspannende deelgrafen heeft G_1?

   (b) [2 pt] Bepaal het chromatisch getal van G_1.

   (c) [2 pt] Bepaal de *breadth first* opspannende boom van G_1 als de volgorde van de punten is gegeven door a, b, c, d, e, f, g.

   (d) [3 pt] Onderzoek of G_1 en G_2 isomorf zijn. Zo ja, geef een isomorfisme; zo nee, motiveer waarom niet.

Totaal: 45 + 5 = 50 punten