

TENTAMEN DYNAMICA (Vakcode 140302) 1 februari 2008, 09:00 – 12:30

Alleen leesbaar en verzorgd werk kan worden nagekeken.

Begin elke opgave op een nieuwe bladzijde.

Tips: Lees eerst het tentamen als geheel. Vraag zonodig de surveillant om een toelichting.

Opgave 1 (10 punten)

Hangt de demping van een slinger af van zijn massa?

Kees is een 1^e jaars natuurkunde student op de Universiteit Twente. Op een gegeven moment leest hij in een Dynamica boek dat bij een gedempte slinger de afname van de uitwijking, afhangt van de massa. Hij denkt: ‘Dat is raar! Bij een ongedempte slinger hangt de slingertijd niet van de massa af en de demping van een slinger wordt bepaald door het oppervlak dat tegen de luchtwrijving in moet gaan. Dus ik geloof nooit dat de afname van de uitwijking van de massa afhangt!’.

Hij besluit de proef op de som te nemen en het uit te testen en bouwt een slingeropstelling waarbij hij de uitwijking(-hoek) kan bepalen telkens als de slinger precies 1 oscillatie heeft gedaan. De slinger bestaat uit een (massaloze) staaf met een lengte l van 0,5 m met daaraan een (massaloze) bol van piepschuim. De staaf loopt door tot aan het midden van de bol. De bol kan opengemaakt worden en er kan aan het uiteinde van de staaf een (punt) massa bevestigd worden. Hij gebruikt een massa $m(1)$ van 0.5 kg en een massa $m(2)$ van 1 kg en meet hoe de uitwijking verandert na iedere oscillatie. Hij kwam op de volgende resultaten uit:

Massa van 0.5 kg		Massa van 1 kg	
tijd [n*T1]	hoek (rad)	tijd [n*T2]	hoek (rad)
0	0,52	0	0,52
1	0,40	1	0,46
2	0,30	2	0,40
3	0,23	3	0,34
4	0,17	4	0,30
5	0,13	5	0,26
6	0,1	6	0,23

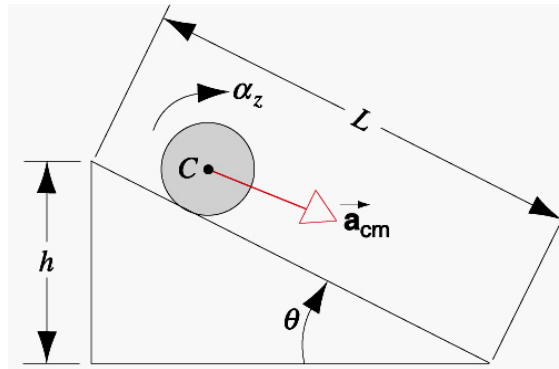
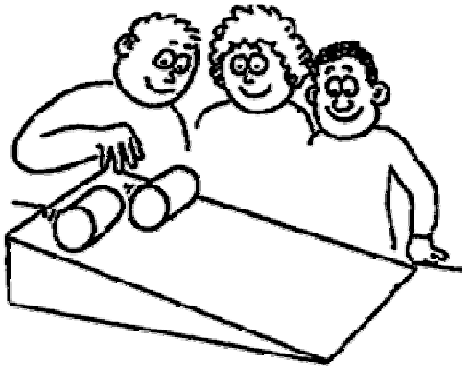
Kees snapt er niets meer van. Hoe kan dit nou? Gelukkig weten wij wel beter, of niet?

- Schets voor beide massa's de uitwijking van de slinger als functie van de tijd. Is de slinger onder-, kritisch of overgedempt?
- Maak een schets van de slinger-opstelling. Wat zijn de krachten op de slinger?
- De wrijvingskracht gaat lineair met de snelheid. Laat zien dat de bewegingsvergelijking van de slinger (voor kleine hoek θ) geschreven kan worden als: $ml^2\ddot{\theta} + \gamma l^2\dot{\theta} + mgl\theta = 0$, met γ de dempingcoëfficiënt en g de zwaartekrachtsversnelling.
- Gebruik de Ansatz- vergelijking $\theta = \theta_c e^{qt}$ en laat zien dat als Kees de bewegingsvergelijking had opgelost hij had kunnen weten dat de afname van de uitwijking afhangt van de massa. Als de beginhoek gelijk is aan $\pi/6$ en de dempingcoëfficiënt gelijk aan 0.2, kom je dan op de meetwaarden uit?

Opgave 2 (6 punten)

Welke massa is het eerst beneden?

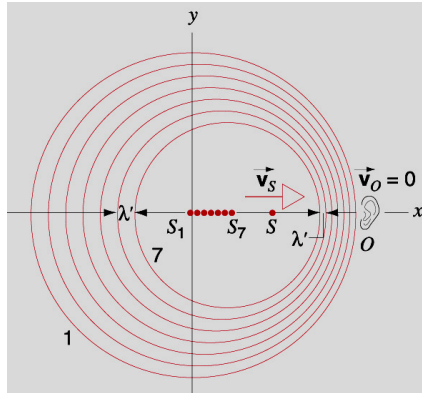
Tijdens een dynamica experiment wordt er een competitie gehouden tussen verschillende naar beneden gaande voorwerpen. De voorwerpen rollen of glijden naar beneden over een vaste plank met lengte L en onder een hoek θ met de horizontaal.



- Als eerste wordt de competitie aangegaan tussen 2 massieve cilinders. Cilinder 1 heeft een straal van 10 cm en een massa van 1 kg. Cilinder 2 heeft een straal van 5 cm en een massa van 0.9 kg. Beide cilinders worden op hetzelfde moment losgelaten en rollen zonder slip naar beneden. Welke cilinder is het eerste beneden? Motiveer je antwoord.
- Als tweede wordt de competitie aangegaan tussen een massieve en een holle cilinder. Ze hebben alletwee dezelfde massa (1 kg) en dezelfde straal (10 cm). Alleen heeft de holle cilinder al zijn massa geconcentreerd op het uiteinde van de straal (dus in R). Beide cilinders worden op hetzelfde moment losgelaten en rollen zonder slip naar beneden. Welke cilinder is het eerste beneden? Motiveer je antwoord.
- Als laatste wordt de competitie aangegaan tussen een massieve cilinder die zonder slip naar beneden rolt en een blokje dat wrijvingsloos naar beneden glijdt. Beide hebben dezelfde massa (1kg). De cilinder heeft een straal van 10cm. Wat is er het eerste beneden? Motiveer je antwoord.

Opgave 3 (6 punten)

Een ambulance rijdt op volle constante snelheid v_s met de sirenes luid klinkend aan je voorbij. Wanneer een ambulance naar je toe komt klinken de sirenes hoger dan wanneer hij van je af rijdt. Dit effect heet het Doppler-effect.



- a) Leg uit waarom de geluidsfrequentie voor het passeren hoger is dan erna en leid de formule af die aangeeft hoe de verandering van de snelheid van de bron afhangt.
- b) Als de ambulance naar je toe komt heeft de sirene een toonhoogte (frequentie) van 531 Hz. Als hij van de af rijdt heeft hij een toonhoogte van 472 Hz. Wat was de snelheid van de ambulance? (NB de geluidssnelheid in lucht is 343 m/s).

Opgave 4 (10 punten)

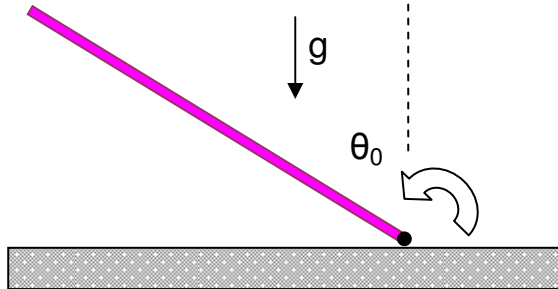
Beschouw een auto met massa M . De wielen hebben elk een straal R en een massatraagheidsmoment I . Op een winterse dag is de weg enigszins glad, zoals beschreven met wrijvingscoëfficiënten μ_k en μ_s (respectievelijk kinetische en statische wrijving). De zwaartekrachtsversnelling is g .

In één van de testprotocollen trekt de auto op (vanuit stilstand) totdat een afstand S is afgelegd. Daar trapt de bestuurder de koppeling in, zodat de wielen geen krachtmoment meer ondervinden van de aandrijf-as. Aldus worden er twee testen uitgevoerd: 1) de bestuurder geeft vol gas, waardoor de auto zolang als het optrekken duurt, voortdurend slipt. 2) de bestuurder doseert het gas zodanig, dat de auto net niet gaat slippen.

- a) Geef voor beide situaties de uitdrukking (in gegeven grootheden) voor de bereikte snelheid bij afgelegde afstand S (door deze af te leiden).
- b) Bij test 1 blijkt dat als de bestuurder de koppeling intrapt, de auto nog heel even doorgaat met versnellen. Geef hiervoor een verklaring.
- c) Vind de uitdrukking van de tijdsduur zoals genoemd bij b) in de gegeven grootheden, als gegeven is dat de omwentelingsnelheid van de wielen bij het bereiken van het punt S , $10v/R$ bedraagt (met v de snelheid van de auto op dat punt).
- d) Maak schetsen van de snelheid als functie van de tijd, en van de afgelegde weg als functie van de tijd. Teken daarbij de resultaten voor tests 1 en 2 in dezelfde figuur.

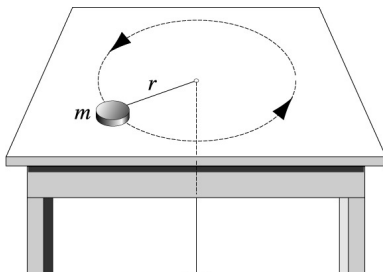
Opgave 5 (10 punten)

Gegeven zij een staaf met lengte L welke onder een beginhoek θ_0 met de verticaal wordt vastgehouden. Als de staaf wordt losgelaten gaat deze een rotatie uitvoeren ten opzichte van het scharnierpunt op de grond.



- a) Schrijf de bewegingsvergelijkingen voor translatie (van het massamiddelpunt) en rotatie uit. Waarom kan de translatie bewegingsvergelijking niet gebruikt worden om de beweging te vinden?
- b) Beschrijf de beweging van het massamiddelpunt. Wat kunt u nu zeggen over de reactiekracht vanuit het scharnierpunt?
- c) Vind de uitdrukking voor de hoeksnelheid ω als functie van de hoek θ (gebruik: $\alpha(\theta)d\theta = \omega d\omega$)
- d) Als de staaf neerkomt op de grond, is dan alle potentiële energie omgezet in kinetische energie? Bewijs uw antwoord met een formule.

Opgave 6 (10 punten)



Gegeven zij een puntmassa m welke vastzit aan het uiteinde van een massaloos koord. De massa wordt neergelegd op een perfect gladde tafel, met in gat in het midden van het tafelblad. Hier wordt het andere uiteinde van het koord doorheengeleid. Een experimentator brengt de massa zodanig in beweging, dat deze een cirkelbeweging rond het gat gaat uitvoeren met een hoeksnelheid ω_0 . Om deze beweging in stand te houden, oefent hij een kracht F_0 uit op het koord. De straal van de cirkelbaan is aanvankelijk r_0 .

a) Vind de uitdrukking voor de translatiesnelheid van de puntmassa (uitgedrukt in gegeven grootheden)

In een vervolggexperiment gaat de experimentator harder trekken aan het koord, waardoor de straal van de cirkelbaan kleiner wordt. Empirisch blijkt dan dat ωr^2 constant blijft (met ω de hoeksnelheid).

b) Geef hiervoor een verklaring.

c) Geef de uitdrukking van de kinetische energie in termen van m , ω en r .

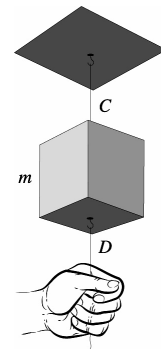
Waar komt de toename in de kinetische energie vandaan als de straal kleiner wordt gemaakt?

d) Bewijs dat de kracht die nodig is om de massa in een baan met straal r te houden, moet voldoen aan

$$F = F_0(r_0/r)^3$$

Opgave 7 (4 punten)

Een massa hangt aan een koord C. Aan de onderkant van de massa wordt met een tweede koord D zodanig getrokken dat een van de twee koorden breekt. Welk koord breekt als men langzaam trekt, welke breekt als men heel snel trekt? Waarom?



Opgave 8 (5 punten)



Een waterstroom komt aan bij een stilstaand schotelvormig turbineblad, zoals hiernaast getekend. De grootte van snelheid van het water is u , zowel voor als na het nemen van de bocht. De hoeveelheid watermassa die per tijdseenheid het blad raakt, bedraagt μ .

Hoe groot is de kracht die op het turbineblad staat?

Opgave 9 (4 punten)

Een dubbelster systeem bestaat uit twee sterren met massa's M_1 en M_2 die om elkaar draaien met een afstand R tussen de massa middelpunten. Laat zien dat de gravitatiekracht, die een planeet op een afstand $r \gg R$ van de dubbelster ervaart dezelfde is alsof er alleen maar een ster met de massa $M_1 + M_2$ in het zwaartepunt zou zitten.

Opgave 10 (10 punten)

De beweging van een massa punt m volgt de differentiaal vergelijking: $m\ddot{x} + \gamma\dot{x} - Ax + Bx^3 = 0$.

- Teken (het conservatieve gedeelte van) de kracht F als functie van de positie x van de massa.
- Geef de potentiële energie U als functie van x aan en maak er een tekening van.
- Voor welke waarde van x verdwijnt de kracht? Hoe groot is de energie bij deze uitwijkingen?

Als de massa punt bij $x=0$ met een snelheid $v>0$ los wordt gelaten ziet het numeriek berekende resultaat $x(t)$ eruit als hier getekend.

- Leg uit hoe het getoonde gedrag tot stand komt. Waarom is $x(t) \neq 0$ voor $t \rightarrow 100$?
Waarom verandert de periodeduur tijdens de beweging (in het bijzonder rond $30 < t < 50$)?

