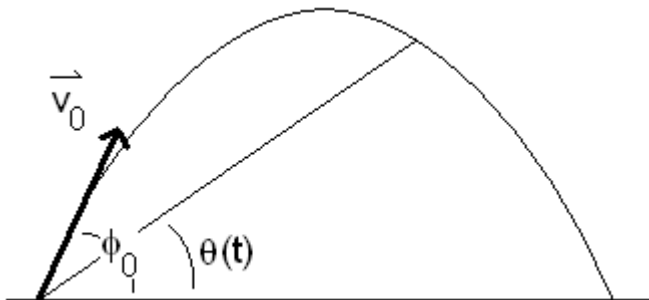


Verzoek: *begin de beantwoording van een nieuwe vraag op een nieuwe pagina. En schrijf duidelijk: alleen leesbaar en verzorgd werk kan worden nagekeken.*

Opgave 1: Elevatiehoek in een parabolische baan (norm: 6 punten)

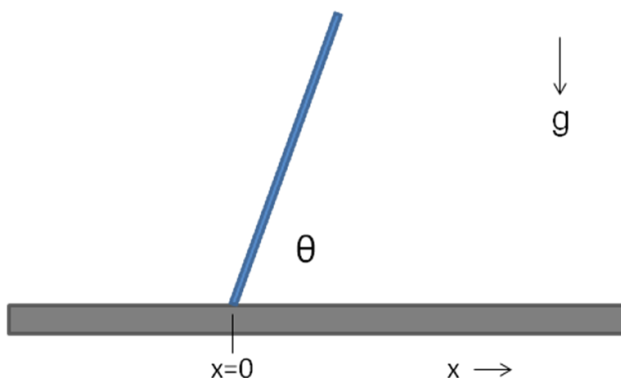
Een projectiel wordt afgeschoten met een snelheid v_0 en een hoek ϕ_0 ten opzichte van de grond.



- Geef de uitdrukking voor de tangens van de elevatiehoek θ (zie figuur) als functie van de tijd t na afschieten. Maak ook een schets van $\tan(\theta)$ versus t en geef de begin- en eindpunten van de grafiek aan.
- Hoe groot is $\tan(\theta)$ op het hoogste punt van de parabolische baan?

Opgave 2: Vallende staaf (norm: 5 punten)

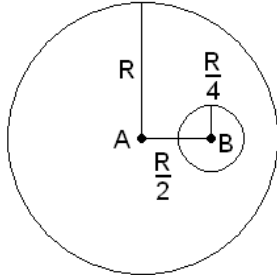
Een dunne homogene staaf met massa m en lengte L wordt onder een hoek θ tegen een horizontaal wrijvingsloos oppervlak geplaatst (zie tekening). Het linker uiteinde van de staaf bevindt zich op dat moment op $x=0$. Dan wordt de staaf vanuit rust losgelaten.



Vraag: Op welke x -positie bevindt het linkeruiteinde zich, als de staaf uiteindelijk tot rust gekomen is op de vloer? Geef een korte toelichting bij uw antwoord.

Opgave 3: Schijf met een gat (norm: 8 punten)

Uit een dunne homogene schijf met straal R en aanvankelijke massa M wordt een rond gat gestanst. Het gat heeft een straal $R/4$ en is gecentreerd op een afstand $R/2$ vanaf het midden van de schijf.

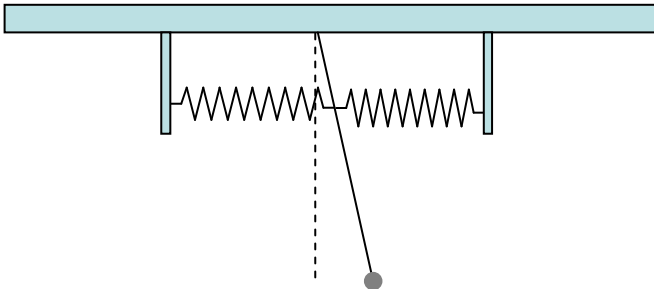


Bepaal het traagheidsmoment van dit object ten opzichte van een as loodrecht op de schijf:

- (a) door het oorspronkelijke midden van de schijf (A),
- (b) door het midden van het gestanste gat (B).

Gegeven: het traagheidsmoment van een schijf met straal R en massa M is $(1/2)MR^2$

Opgave 4: Trilling (norm: 10 punten)



Gegeven zij een puntmassa m welke aan een plafond is opgehangen via een massa-loze staaf van lengte L . Op een afstand $L/3$ van het plafond zijn twee *Hookse* veren aan de staaf bevestigd. Het andere uiteinde van elke veer zit vast aan een wand. Elk van de veren heeft een veerconstante k . Als de slinger verticaal hangt, hebben de veren hun rustlengte. Als de slinger een kleine uitwijking krijgt, gaat deze een harmonische trilling uitvoeren.

- a) Wat is het verband tussen de (nagenoeg) horizontale uitwijking (x) van de massa en de hoekuitwijking (θ) van de staaf?
- b) Geef de bewegingsvergelijking (d.w.z. de differentiaalvergelijking die de beweging beschrijft)
- c) Vind de uitdrukking voor de hoekfrequentie ω van de trilling in termen van g , L , k en m .

Opgave 5: Energie in een golfbeweging (norm: 12 punten)

Een willekeurige golf $y = f(x - vt)$ beweegt over een snaar met massa per lengte μ .

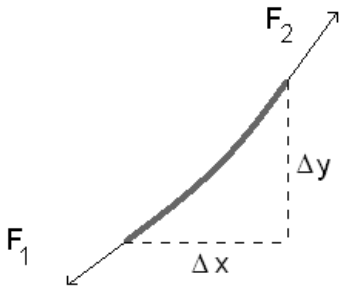
a) Laat zien dat de lokale kinetische energie in een massa elementje μdx wordt gegeven door:

$$u_k(x, t) = \frac{1}{2} \mu v_y^2(x, t) dx = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial t} \right)^2 dx$$

b) Bereken de lokale kinetische energie van een massa elementje μdx voor de sinusvormige golf

$$y(x, t) = A \cos(kx - \omega t + \phi).$$

Er zit ook potentiële energie in de snaar, geassocieerd met de benodigde arbeid om de snaar te vervormen en uit te rekken. Beschouw een klein snaar-elementje op de positie x met een evenwichtslengte Δx .



De helling van het elementje is $\frac{\partial y(x, t)}{\partial x}$ (wanneer we de kromming van het elementje verwaarlozen). Neem aan dat de verplaatsing van de snaar ten opzichte van zijn evenwichtspositie klein is, zodat $\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \ll 1$.

c) Laat zien dat de lengte van het uitgerekte snaarelementje wordt gegeven door: $\Delta x \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2 \right]$

Hint: gebruik dat wanneer $|z| \ll 1$, $(1 + z)^n \approx 1 + nz$

De lokale potentiële energie is gelijk aan de arbeid die de snaarspanning F uitoefent om het snaarelementje uit te rekken van zijn evenwichtslengte tot de lengte uitgerekend in (c).

d) Laat zien dat de lokale potentiële energie wordt gegeven door:

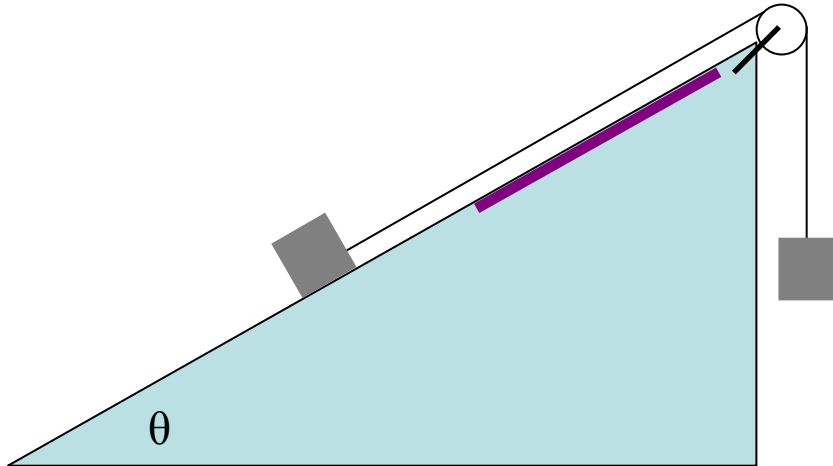
$$u_p(x, t) = \frac{1}{2} F \left(\frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \right)^2 dx$$

e) Bereken de lokale potentiële energie voor de golf gegeven in (b).

f) Laat zien dat de lokale kinetische en potentiële energie gelijk zijn voor elke x en t .

g) Schets $y(x, t)$, $u_k(x, t)$ en $u_p(x, t)$ als functie van x voor $t = 0$ in één grafiek. Leg uit waarom de energieën maximaal zijn wanneer y nul is, en *vice versa*.

Opgave 6: Hellingproef (norm: 12 punten)



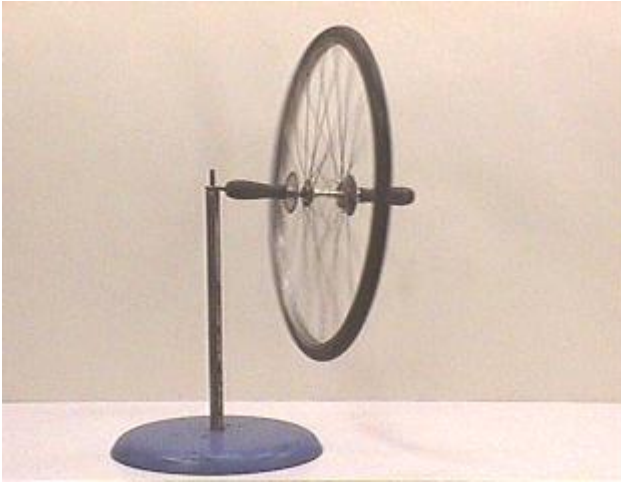
Gegeven zij een helling met hoek θ zoals getekend in de figuur. Op de helling bevindt zich een blok met massa m . Het oppervlak van de helling bestaat uit een perfect glad gedeelte en een ruw gedeelte. Een gespannen massaloos koord en een wrijvingsloze katrol verbinden het blok op de helling met een ander blok, waarvan de massa eveneens m bedraagt.

In een experiment wordt het samenstel van massa's vanuit rust in beweging gezet. De massa op de helling glijdt aanvankelijk over het gladde gedeelte, en legt daarbij een afstand s_1 af. Vanaf dat punt begint het ruwe gedeelte, en wordt de massa afgeremd. Na een afgelegde weg s_2 over het ruwe gedeelte komt het systeem uiteindelijk tot stilstand.

Gegevens: de wrijvingscoëfficiënt op het ruwe gedeelte bedraagt μ . De zwaartekrachtsversnelling bedraagt g . Hint: ook bij gebrek aan antwoord op de vragen bij a) kunnen b) en c) gemaakt worden.

- a1) Vind voor zowel het gladde als voor het ruwe stuk de uitdrukking voor de versnelling.
- a2) Hoe groot moet $\mu(\theta)$ minimaal zijn om het systeem te kunnen afremmen?
- b) Hoe groot is de snelheid als de glijdende massa de afstand s_1 heeft afgelegd?
- c) Hoeveel inwendige energie (deformatie en temperatuurstijging) is er ontwikkeld als het systeem tot stilstand gekomen is?

Opgave 7: Fietswiel (norm: 10 punten)



In een experiment wordt een fietswiel in draaiing om zijn eigen as gebracht, waarbij het een hoeksnelheid ω krijgt. Vervolgens wordt het wiel gemonteerd op een verticale as zoals aangegeven in de illustratie. Het wiel heeft een massa m en een straal R . Verondersteld mag worden dat alle massa zich op afstand R van de wielas bevindt. De afstand tussen de verticale as en het massa-middelpunt van het wiel bedraagt L . De zwaartekrachtsversnelling is g .

Beschouw eerst het wiel voordat het gemonteerd wordt. Veronderstel dat de wiel-as samenvalt met het papier en naar rechts wijst (in de foto is dat bijna het geval) en dat het wiel kloksgewijs draait bij aanzicht vanaf de rechterkant (de verticale as bevindt zich dan achter het wiel).

- a1) Hoe groot is het impulsmoment van het draaiende wiel, uitgedrukt in m , R en ω ?
- a2) in welke richting wijst het impulsmoment?

Beschouw nu de situatie waarin het wiel zojuist is gemonteerd. Oriëntatie en draai-richting van het wiel zijn dezelfde als hierboven omschreven.

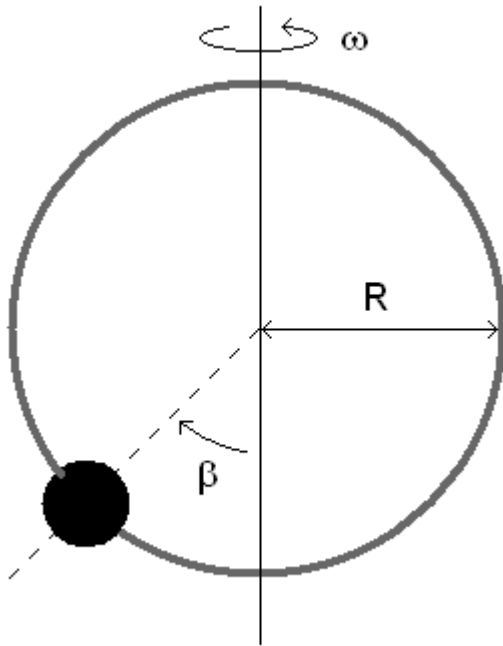
- b1) Hoe groot is het krachtmoment dat wordt uitgeoefend ten opzichte van het massacentrum van het wiel?
- b2) in welke richting staat dit krachtmoment?
- c) Beschrijf (in het kort) wat er met het wiel gebeurt.

In de kwantitatieve beschrijving van de beweging komt het quotiënt: $Lg/(R^2\omega)$ voor.

- d1) Welke fysische betekenis kan aan dit quotiënt worden toegekend?
- d2) Geef nu zelf de afleiding van de grootte die de beweging kwantitatief beschrijft

Opgave 8: Kraal om een ring (norm: 12 punten)

Een kleine kraal met massa m kan zonder wrijving over een metalen ring bewegen. De ring met straal R wordt verticaal opgehangen en krijgt een constante hoeksnelheid ω om zijn verticale as. De zwaartekrachtsversnelling $g = 9.81 \text{ ms}^{-1}$.



- Teken de krachten op de kraal in het geval dat deze een stabiele rotatie ondergaat, en daarbij een hoek β met de verticale as maakt. Geef de uitdrukkingen waaraan de normaalkracht N (uitgeoefend door de ring op de kraal) moet voldoen om een rotatiebeweging in stand te houden. Teken deze uitdrukkingen in een grafiek van N tegen de hoek β , voor verschillende waarden van ω .
- Voor welk bereik van hoeksnelheden (ω) van de ring is een stabiele rotatie van de kraal mogelijk? Leg uit wat er gebeurt als ω niet aan deze voorwaarde voldoet.
- Welke hoeken (β) kan de kraal bereiken? Geef een korte verklaring.
- Als de straal $R = 0.100 \text{ m}$ en de ring roteert met 4.00 rotaties per seconde, wat is dan de evenwichtshoek β ?

- einde van tentamen -

uitwerkingen worden beschikbaar gemaakt op Blackboard