Tentamen Vectorcalculus voor TW

Vakcode 201100104
1 Juli, 2013

- **Alle antwoorden dienen gemotiveerd te worden.**
- **Het gebruik van een rekenmachine is niet toegestaan.**

1. Gebruik de methode van Lagrange om de extreme waarden van de functie
$$f(x,y) = e^{(x+y)^2}$$
onder de nevenvoorwaarde
$$x^3 + y^3 \leq 16$$
te bepalen.

2. Gegeven
$$u = r^{20} + s^2, \qquad r = xy + x\cos t, \qquad s = x + y^2 \sin t.$$
Bereken $\frac{\partial u}{\partial x}$, $\frac{\partial u}{\partial y}$ en $\frac{\partial^2 u}{\partial y \partial x}$ met behulp van de kettingregel.
Je hoeft in het eindantwoord r en s niet uit te drukken in de variabelen x, y en t.

3. Gegeven het vectorveld $\mathbf{F}(x,y,z) = e^z\,\mathbf{i} + xz\,\mathbf{j} + (x+y)\,\mathbf{k}$ en de kromme $C:\ \mathbf{r}(t) = t^2\mathbf{i} + t^3\mathbf{j} - t\mathbf{k}$ met $0 \leq t \leq 1$.
   (a) Bereken $\operatorname{div}\mathbf{F}$.
   (b) Bereken $\operatorname{curl}\mathbf{F}$.
   (c) Bereken de eendheidsraakvector $\hat{\mathbf{T}}$ aan de kromme C.
   (d) Bereken $\int_C \mathbf{F}\cdot d\mathbf{r}$.

4. Bereken het volume V van het gebied dat begrensd wordt door het oppervlak $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = 1$ en de vlakken $x = 0$, $y = 0$ en $z = 0$.
Gebruik de transformatie $x = u^2$, $y = v^2$ en $z = w^2$.

5. Bereken de integraal $\int_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S}$ met het vectorveld $\mathbf{F}$ gegeven door

$$\mathbf{F} = x^4\mathbf{i} - x^3z^2\mathbf{j} + 4xy^2z\mathbf{k}.$$

Het oppervlak S is het oppervlak van de cylinder $x^2 + y^2 = 1$ en de vlakken $z = 0$ en $x^2 + y - z + 2 = 0$.

6. Gegeven $\int_C x^2dx + (x^4 + 2x^2y^2)dy$. De contour C bestaat uit de cirkels $x^2+y^2 = 4$ (draairichting tegen de klok in) en $x^2+y^2 = 1$ (draairichting met de klok mee).

   (a) Bereken de integraal met behulp van de Stelling van Green.

   (b) Bereken de integraal direkt.

Puntentelling

1: 6	2: 6	3a: 1	4: 6	5: 6	6: 6
		3b: 1			6a: 3
		3c: 1			6b: 3
		3d: 3			
6	6	6	6	6	6

6 6 6 3 3

totaal 36+4=40 punten