

Inleiding Wiskundige Systeemtheorie (191560561)

Het tentamen is gesloten-boek

Datum: 24-07-2014

Zaal: HB-2F

Tijd: 08:45-11:45

0. Heb je de twee practica ingeleverd, en zo ja in welk jaar?

1. Zij $u, y: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{R}$ twee discrete-tijdsignalen. Beschouw het systeem

$$y[t] = u[t-1] + u^2[t-2].$$

- (a) Is het systeem lineair?
("Ja" of "nee" volstaat niet. U moet uw antwoord netjes afleiden. Dit geldt ook voor het volgende onderdeel.)
- (b) Is het systeem tijdinvariant?
- (c) Bedenk een toestand voor dit systeem (U hoeft nu niet te *bewijzen* dat het toestand is.)

2. Stel

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

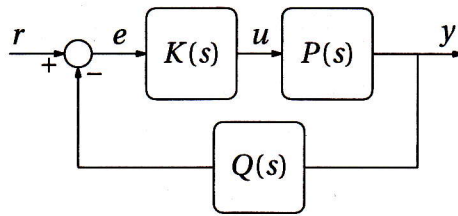
- (a) is $\dot{x} = Ax$ asymptotisch stabiel?
- (b) Bepaal e^{At}

3. Beschouw

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} \beta \\ \beta \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = [1 \quad 1 \quad 1] x.$$

- (a) Voor welke β is het systeem regelbaar?
- (b) Bepaal de bereikbare ruimte
(dit antwoord kan van β afhangen).
- (c) Bepaal een waarnemer met waarnemerpolen -2 (drie maal).

R.V.



4. Beschouw bovenstaand gesloten-lussysteem met $K(s)$, $P(s)$ en $Q(s)$ rationale functies.

(a) Bepaal de overdrachtsfunctie van r naar y .

(b) Stel dat $Q(s) = 1$ en $P(s) = (1 - s/10)(2 + s)$ en $K(s) = g/s$ voor zekere constante $g \in \mathbb{R}$. Voor welke g is de gesloten-lus asymptotisch stabiel?

(c) Stel $r(t) = 5\mathbb{1}(t)$. Voor welke $g \in \mathbb{R}$ geldt dat $\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = 5$?

5. Stel $u, y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Wat is de definitie van BIBO-stabiliteit van een gegeven LTI systeem $y = \mathcal{H}(u)$?

6. Beschouw het systeem

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$

$$y = [1 \quad 2] x.$$

(a) Bepaal de overdrachtsfunctie

(b) Bepaal de polen van de overdrachtsfunctie

(c) Bepaal de Kalman waarneembaarheidsdecompositie

7. De definitie van stabiliseerbaarheid is ook toepasbaar op niet-lineaire systemen. Is

$$\dot{x}(t) = x^2(t)(1 + u(t))$$

stabiliseerbaar?

| | | | | | | | |
|---------|-------|-----|-------|-------|---|-------|---|
| opgave: | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| punten: | 2+2+2 | 2+2 | 2+3+3 | 2+2+1 | 2 | 1+1+2 | 2 |

Tentamencijfer: $1 + 9p/p_{\max}$.