

# Inleiding Wiskundige Systeemtheorie (191560561)

Het tentamen is gesloten-boek

Datum: 23-06-2014

Zaal: sportcentrum

Tijd: 13:45-16:45

1. Zij  $u, y: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ . Beschouw het systeem

$$y(t) = \int_{t-1}^t \sin(\tau) u(\tau) d\tau.$$

- (a) Is het systeem lineair?  
("Ja" of "nee" volstaat niet. U moet uw antwoord netjes afleiden. Dit geldt ook voor de andere onderdelen.)
- (b) Is het systeem tijdinvariant?
- (c) Is het systeem causaal?

2. Beschouw het niet-lineaire systeem

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 + x_1(u^4 - x_1^2) \\ 2 + x_2(u^4 - x_1^2) \end{bmatrix}.$$

Lineariseer dit systeem rond het traject

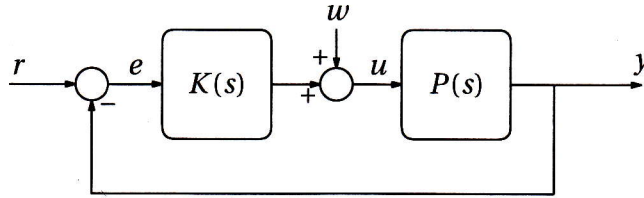
$$u(t) = t, \quad x_1(t) = t^2, \quad x_2(t) = 2t.$$

3. Formuleer de stelling van Routh-Hurwitz.

4. Beschouw

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -3 & 2 & 4 \\ 0 & -3 & 4 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u,$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \beta \end{bmatrix} x.$$

- (a) Is het systeem asymptotisch stabiel?
- (b) Voor welke  $\beta$  is het systeem detecteerbaar?
- (c) Bepaal de nietwaarneembare ruimte  
(dit antwoord kan van  $\beta$  afhangen).
- (d) Is het systeem regelbaar?
- (e) Bepaal een toestandsterugkoppeling die de polen plaatst in  $-1, -2, -3$ .



5. Beschouw bovenstaand gesloten-lussysteem met  $K(s)$  en  $P(s)$  rationale functies:  $K(s) = \frac{N_K(s)}{D_K(s)}$ ,  $P(s) = \frac{N_P(s)}{D_P(s)}$ .

- Bepaal de overdrachtsfunctie van  $w$  naar  $u$ .
- Stel  $P(0) = 0$ . Toon aan dat  $H_{u/w}(0)$  gelijk aan 1 is voor elke regelaar  $K(s)$  die de gesloten-lus asymptotisch stabiel maakt. (Geef in uw afleiding duidelijk aan waar u gebruikt dat de gesloten lus asymptotisch stabiel is.)
- Stel  $P(0) = 0$  en dat de regelaar  $K(s)$  de gesloten lus stabiliseert. Stel  $w(t) = -2\mathbb{1}(t)$ . Bepaal  $\lim_{t \rightarrow \infty} u(t)$ .

6. Bepaal de overdrachtsfunctie van het initieel-in-rust systeem beschreven door

$$y(t) + \frac{1}{2}y(t-2) = u(t) + u(t-1).$$

(Voor de duidelijkheid: er staan geen afgeleiden in deze vergelijking.)

7. Drie vragen.

(a) Beschouw het systeem

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u, \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} x. \end{aligned}$$

Dit representeert welke differentiaalvergelijking  $P(\frac{d}{dt})y = Q(\frac{d}{dt})u$ ?

(b) Voor niet-lineaire systemen kan waarneembaarheid net zo gedefinieerd worden als in het dictaat voor lineaire systemen. Is het systeem

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \\ y &= e^{x_1+x_2} \end{aligned}$$

waarneembaar?

(c) Bepaal de impulsresponsie  $\mathcal{H}(\delta)$  van het initieel-in-rustsysteem van opgave 6 van dit tentamen.

opgave:	1	2	3	4	5	6	7
punten:	2+2+2	2	2	2+3+3+1+3	2+2+1	2	2+2+2

Tentamencijfer:  $1 + 9p/p_{\max}$ .